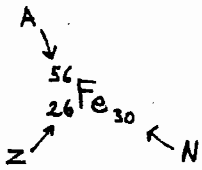
מבוא לחלקיקים וגרעין - סיכום

גרעין

הגדרות בסיסיות

1) נגדיר את הגרעין כגוף שמורכב מ־A נוקלאונים, שהם Z פרוטונים ו־N נויטרונים, כך שמתקיים $\boxed{A=Z+N}$. נגדיר:



איזוברים - גרעינים עם אותו A.

איזוטופים - גרעינים עם אותו Z.

איזוטונים - גרעינים עם אותו N.

הגרעין הוא גוף קטן מסדר גודל של $1\,fm = 10^{-15}\,m$, לעומת גודל האטום שהוא מסדר-גודל של $1\,\mathring{A} = 10^{-10}\,m$. בגרעין פועלים שני כוחות: הכח החשמלי שמתבטא בדחייה בין הפרוטונים $\frac{e^2}{r} \sim 1\,MeV$ והכח החזק שמושך את הפרוטונים והנויטרונים לכדי מבנה יציב (יחסית, יש אי-יציבות נדבר בהמשך).

2) מסה: מסת הגרעין מורכבת מהמסה של סך-כל הפרוטונים, נויטרונים ואלקטרונים שקשורים אליו, ומאנרגיית הקשר שמחברת את כולם יחד:

$$\boxed{M(Z,A) = Z(m_p+m_e) + N m_n + \Delta}$$

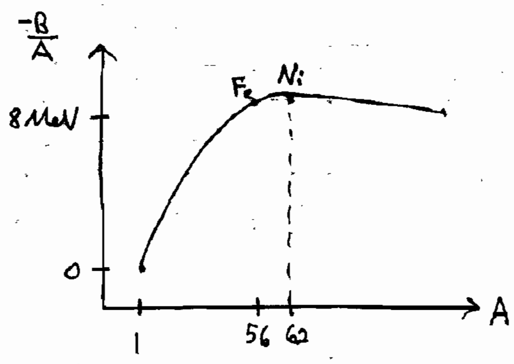
Δ נקרא ה־ mass deficit ומתקשר לאנרגיית הקשר B כך:

$$\boxed{-B = \Delta c^2}$$

היחידות של מסה הן $\frac{eV}{c^2}$, kg, amu, כאשר הקשר ביניהן הוא:

$$1\,amu = 1.661\times 10^{-27}\,kg = 931.5\,\frac{MeV}{c^2}$$

דרך פשוטה למדוד את Δ היא ליינן את הגרעין דרך שדה מגנטי B ולמדוד את רדיוס התנועה שלו בשדה $r=\frac{mv}{qB}$. מכאן מחשבים את m, שממנו מוצאים את Δ ואת מסות הגרעינים אותן אנו מכירים. מכאן מגיעים לעקומה באופייני הבאה:



ככל שעולים בעקומה, עד ל-^{62}Ni, כך היסוד יציב יותר. אחרי ^{56}Ni יש איזור עם שיפוע כמעט ישר כך ש-$B/A \approx const$, אך יורד, כך שאלו יסודות לא יציבים, שעלולים להתפרק לעבר ^{62}Ni.

3) <u>גודל</u>: דרך אחת לקבל את המבנה הגיאומטרי של הגרעין היא דרך פיזור אלקטרונים, בעזרתם נקבל את התפלגות המטען החשמלי.

באופן כללי, משתמשים בקירוב בורן:

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^2}\left|\tilde V(\bar q)\right|^2 \\ \tilde V(\bar q) &= \int d^3x\, V(\bar x)\, e^{i\bar q\cdot\bar x/\hbar}\end{aligned}}$$

כאשר $\bar q=\bar k-\bar k'$ הפרש התנעים של האלקטרון ו-$\tilde V(\bar q)$ הוא טרנס פורייה של הפוטנציאל $V(\bar x)$; $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ - חתך פעולה דיפרנציאלי לפיזור.

אם מניחים שהגרעין הוא נקודתי מקבלים את פיזור רתרפורד:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = \left(\frac{Ze^2}{4E}\right)^2\frac{1}{\sin^4\theta/2}}$$

כש-θ היא זווית הפיזור ו-E האנרגיה של האלקטרון הפוגע.

הגרעין שלנו לא נקודתי ולכן $\rho\neq Ze\delta(\bar x)$. מניחים ρ כללי: $\rho(\bar x)=Ze\, f(\bar x)$

עבור $f(\bar x)$ סימטרי, כך ש-$f(\bar x)=f(r)$ מקבלים $\tilde\rho(\bar q) = 4\pi Ze\frac{\hbar}{q}\int r\,dr\, f(r)\sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right)$

נגדיר פונקצית צורה (form factor):

$$\boxed{F(q^2) = \frac{4\pi\hbar}{q}\int_0^\infty r\,dr\, f(r)\sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right)}$$

כך ש-$\tilde\rho(\bar q)=ZeF(q^2)$ ומקבלים את התיקון:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\left|F(q^2)\right|^2}$$

זה תקף עבור אלקטרונים לא-יחסותיים ($E<0.5$ MeV). עבור אלק' יחסותיים צריך להכניס תיקון נוסף: <u>Mott</u>:

$$\boxed{\begin{aligned}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)\left(1-\beta^2\sin^2\theta/2\right) \\ \left|F(q^2)\right|^2 &\longrightarrow W_2(q)+2W_1(q)\tan^2\theta/2\end{aligned}}$$

כאן הנחנו התפלגות כדורית, אך מסתבר שנוח יותר להניח התפלגות שדומה בצורתה להתפלגות פרמי-דיראק:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+e^{(r-a)/b}}$$

$$a\approx 1.07\,A^{1/3}\ fm \quad , \quad b\approx 0.54\ fm$$

<u>תוצאה חשובה</u>: $a\propto A^{1/3}$ ומכאן שנפח הגרעין פרופורציוני ל-A: $\boxed{V\propto A}$

אם מפתחים את $F(q^2)$ ב-q קטן מגיעים לרדיוס המטען: $F(q^2)\approx 1-\frac{q^2}{6\hbar^2}\langle r^2\rangle$

$$\Rightarrow \langle r^2\rangle = \frac{1}{Ze}\int d^3r\, \rho(\bar r)\, r^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\langle r^2\rangle} = 0.94\,A^{1/3}\ fm$$

2 $\boxed{R_{ch} = \sqrt{\frac{5}{3}\langle r^2\rangle} = 1.21\,A^{1/3}\ fm}$

3 $\boxed{\rho_N = \frac{A}{Z}\left(\frac{\rho}{Ze}\right) = 0.17\ \frac{nucleons}{fm^3}}$

מכאן מקבלים את צפיפות הנוקלאונים כאשר את $\frac{\rho}{Ze}$ שהוא צפיפות נושאי המטען הכפלנו ב-$\frac{A}{Z}$ כדי לכלול גם נויטרונים.

<u>תיקון</u>

עבור התפלגות ספרית סימטרית:

$$F(q^2) = \frac{4\pi\hbar}{Zeq}\int_0^\infty r\rho(r)\sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right)dr$$

$$Ze = 4\pi\int_0^\infty r^2\rho(r)\,dr$$

נוסחת המסה הסמי-אמפירית של Weizsäcker

נוסחת המסה מורכבת משישה איברים, כאשר חמשת האיברים האחרונים מרכיבים את אנרגית הקשר של הגרעין:

$$M(Z,A) = \sum_{i=0}^{5} f_i(Z,A)$$

מתחילים במסת הנוקלאונים:

1 $f_0 = Z(m_p+m_e) + (A-Z)m_n$

האיבר הראשון קשור לנפח ($V \propto A$) והוא מגדיל את אנרגית הקשר.

2 $f_1 = -a_V A$

האיבר הבא קשור לשטח ומטרתו לאזן את איבר הנפח מתוך הנחה שנוקלאונים על שפת הגרעין תורמים פחות כי יש להם פחות שכנים:

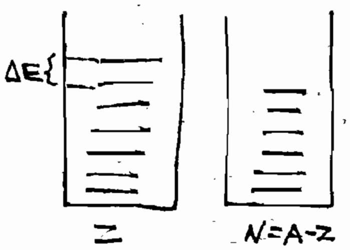
3 $f_2 = a_s A^{2/3}$

שני איברים אלו נובעים ממודל טיפת המים של הגרעין, עליו נדבר בהמשך.

האיבר הבא נובע מהדחייה הקולומבית בין הפרוטונים:

4 $f_3 = a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$

האיבר הבא הוא איבר קוונטי שנקרא איבר האסימטריה "assymetry" והוא מגיע מרמות האנרגיה של הנוקלאונים. לפרוטונים ולנויטרונים רמות אנרגיה משלהם, כך שאם כמה של אחד גבוהה מכמה של אחר, האנרגיה הכוללת של המערכת גבוהה יותר ממצב בו הכמות הן שוות הגובה. אם נסמן $M = |Z - \frac{A}{2}|$ את מס' החלקיקים ה"עודפים" לבין הפרוטון או הנויטרון, את הפרש האנרגיה, יחסית לכמות האנרגיה בה $N_p = N_n$ יה'ה



$$\Delta E \propto \frac{M^2}{P(E_f)}$$

כאשר $P(E_f)$ היא צפיפות הרמות באזור של אנרגית פרמי.

$P(E_f) \propto V$, ומכאן:

5 $f_4 = a_A \frac{(Z-A/2)^2}{A}$

האיבר האחרון נקרא <u>איבר צימוד</u>: מסתבר שמס' זוגיים של פרוטונים (או נויטרונים) בקשרים פרוטון-פרוטון, נויטרון-נויטרון וכך מורידים את אנרגית הקשר. כל תוספת של פרוטון בודד או נויטרון בודד תעלה את אנרגית הגרעין:

6 $$f_5 = \left\{ \begin{array}{ll} a_p & Z \text{ odd}, N \text{ odd} \\ 0 & \text{אחד זוגי, שני אי-זוגי} \\ -a_p & Z\text{-even}, N \text{ even} \end{array} \right\} \times \tilde{f}(A)$$

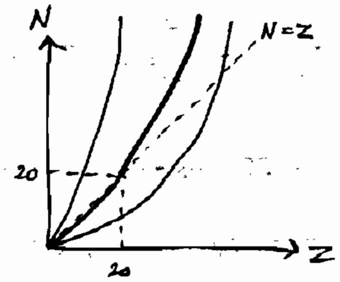
עבור $\tilde{f}(A)$ אין הסכמה תיאורטית ומקובל לוקחים $A^{-1/2}$ או $A^{-3/4}$.

7 $$\boxed{M(Z,A) = Z(m_p+m_e) + (A-Z)m_n - a_V A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z-A/2)^2}{A} + a_p A^{-1/2}}$$

$a_V = 15.56\ MeV/c^2$	$a_A = 93.14\ MeV/c^2$
$a_s = 17.23\ MeV/c^2$	$a_p = 12\ MeV/c^2$
$a_c = 0.697\ MeV/c^2$	

המשוואה נכתבה עבור <u>$c=1$</u>. אחרת, את האיברים $a_V - a_p$ צריך לחלק ב-c^2 כדי לקבל <u>מסה</u>.

מנוסחת המסה היינו מצפים שהגרעינים היציבים ביותר יקיימו $N=Z$, וזה אכן מתקיים עד ל- $Z=20$. משם העקומה מתעקלת (אדום בשרטוט). גרעינים שונים יימצאו מאיזור מסביב לעקומה האדומה - עקומת אנרגית הקשר המינימלי - והם ישאפו להתפרק לעבר עקומה זו. ה"עמק" שנוצר מסביב לעקומה האדומה נקרא <u>עמק היציבות</u>.



<u>התפרקויות</u>

גרעינים לא יציבים ישאפו להתפרק לגרעינים יציבים יותר ובכך להקטין את האנרגיה הכוללת שלהם. באופן כללי, עבור כמות מסוימת של גרעינים N, השינוי שלהם עם הזמן הוא $\frac{dN}{dt}=-\lambda N$, כך ש:

$$\boxed{N(t)=N_0e^{-\lambda t}}$$

מכאן מגדירים את זמן החיים של הגרעין:

$$\boxed{\tau=\frac{1}{\lambda}}$$

ואת זמן מחצית-החיים שלו:

$$\boxed{T_{1/2}=\tau\ln 2}$$

קיימות ארבע התפרקויות: α, β, γ וביקוע.

1) <u>התפרקות α</u>

בהתפרקות זו הגרעין מתפרק לחלקיק α שהוא גרעין ^4_2He ולגרעין נוסף עם $(Z-2,A-4)$.

חלקיק ה-α נפלט עם אנרגיה קינטית ולכן מקבלים: $M_f+M_\alpha<M_i$.

התפרקות α מתבצעת על-ידי <u>מנהור</u> דרך מחסום הפוטנציאל של הגרעין, כאשר הסיכוי למנהור מקורב ע"י הביטוי:

1 $$\boxed{T=e^{-G}}$$

כאשר G הוא פקטור Gamow:

$$\boxed{G\simeq 4Z\alpha\sqrt{\frac{2M_\alpha c^2}{E_\alpha}}}$$

כאשר $\alpha=\frac{1}{137}$ הוא קבוע המבנה הדק; M_α - מסת חלקיק ה-α; E_α - האנרגיה הקינטית שלו. מ"ז רואים שככל ש- E_α גדלה, כך גדל הסיכוי למנהור.

הסיכוי להתפרקות תלוי גם במס' הפעמים בשניה שחלקיק ה-α פוגע במחסום הפוטנציאל.

אם v היא מהירות חלקיק ה-α בגרעין ו-$|M|^2$ הוא איבר מטריצה שמתאר את החפיפה בין הגרעין השלם (Z,A) לבין הגרעין ללא חלקיק ה-α $(Z-2,A-4)$:

$|M|^2=|\langle\Psi_A|\ \text{פוטנציאל כלשהו}\ |\Psi_{A-4}\rangle|$ מקבלים את קצב ההתפרקויות:

2 $$\boxed{\lambda=\frac{v}{2R}e^{-2G}|M|^2}$$

מסת חלקיק ה-α:

3 $$\boxed{M_\alpha c^2=3728\ MeV}$$

4 $$G=4Z\alpha\sqrt{\frac{2M_\alpha c^2}{E_\alpha}}\left[\cos^{-1}\sqrt{\frac{R}{r_c}}-\sqrt{\frac{R}{r_c}\left(1-\frac{R}{r_c}\right)}\right]$$

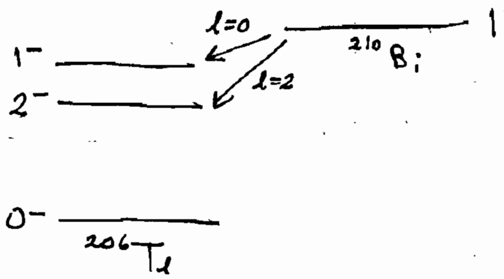
$R=1.21\left(\sum A_i^{1/3}\right)$

$r_c=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E_\alpha}$

חוקי מעבר של התפרקות α

בחלק הבא (סליחה על הקפיצה) נדבר על מודל הקליפות של הגרעין. בשלב זה נציין רק שכאשר גרעין מתפרק, גרעין התוצר יכול להיות מעורר, ולכן האנרגיה שמשתחררת בהתפרקות $E=M(Z,A)-[M(Z-2,A-4)+M_\alpha]$ תלויה במצב הסופי של התוצר.

$\boxed{\text{לחלקיק ה-}\alpha\text{ יש תקופת סיבוב } J^P=0^+}$ ולכן ההתפרקות **צריכה לשמור זוגיות** ותשאף להתפרקות עם l **הכי קטן בין המצבים**.



בדוגמה הזו, כיוון שהתקופות האפשריות הן $|J_1-J_2|<l<J_1+J_2$:

$1^- \to 1^-$: יתכנו $l=0,1,2$. הנמוך ביותר ששומר זוגיות הוא $l=0$.

$1^- \to 2^-$: יתכנו $l=1,2,3$. " " " " " $l=2$.

$1^- \to 0^-$: יתכנו $l=1$. אין מעבר ששומר זוגיות, ולכן המעבר אסור.

(*) הזוגיות נובעת מהפתרונות הספריים של משוואת שרדינגר. כשמדברים על כמות אנרגיה צריך להתייחס גם לפונקציה מרחבית שמשתנה, בין היתר, מהרמוניות ספריות $Y_l^m(\theta,\varphi)$ (ר' קוונטים 1). להרמוניות הספריות יש זוגיות $\hat{P}\psi_{lmn}(\vec{x})=P\psi_{lmn}(-\vec{x})=(-1)^l\psi_{lmn}(\vec{x})$
כלומר, הפעלת אופרטור הזוגיות על Y_l^m נותן $(-1)^l$, לכן **l אי-זוגי הופך זוגיות ו-l זוגי משמר זוגיות**.

(*) **Q-value** : נגדיר גודל שמופיע מאוד בהתפרקויות α. Q הוא סך-כל האנרגיה שמשתחררת בהתפרקות α :

$$\boxed{Q_\alpha=(M_i-M_f-M_\alpha)c^2=E_f+E_\alpha}$$

את Q רואים גם בהרבה מקומות, והוא תמיד יציין את האנרגיה שמשתחררת בתהליך מסוים.

2) התפרקות β

נחלק את התיאור של התפרקויות β לשניים: תיאור פנומנולוגי ותיאור כמותי יותר.

אם נשחק קצת במשוואת המסה, נקבל: $M(Z,A) = \alpha A - \beta Z + \gamma Z^2 + \delta A^{-1/2}$ (1)

$\alpha = m_n - a_V + a_s A^{-1/3} + \frac{1}{4} a_A$

$\beta = a_A + (m_n - m_p - m_e)$

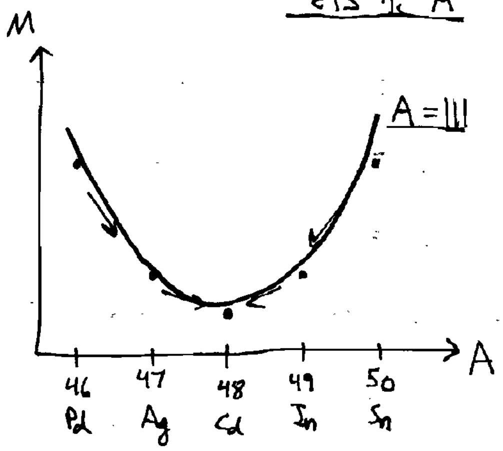
$\gamma = a_A A^{-1} + a_c A^{-1/3}$

$\delta = a_p = a_p \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}$

עבור A נתון $M(Z,A)$ הוא פרבולה עם מינימום ב- $\boxed{Z_{min} = \beta / 2\gamma}$ (2)

לכן, האיזובר עם Z_{min} יהיה האיזובר היציב והאיזוברים האחרים יתפרקו אליו בהתפרקויות β. A זוגי ו-A אי-זוגי נותנים שתי התנהגויות שונות:

A אי-זוגי



בצד שמאל התפרקות β^-: $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ (3)

יש עודף נויטרונים ולכן הם מתפרקים לפרוטונים ופולטים אלקטרון (חלקיק β^-) ואנטי-נייטרינו.

ההתפרקות הזו אפשרית כל עוד $M(Z,A) > M(Z+1,A)$.

מצד ימין יש עודף פרוטונים, והם יכולים להתרחש (4)
שני תהליכים: או β^+: $p \to n + e^+ + \nu_e$
שבו נפלט פוזיטרון ונייטרינו, או דרך תהליך
שנקרא electron capture שבו הגרעין "לוכד" אלקטרון בקליפה נמוכה
ומתרחש התהליך $p + e^- \to n + \nu_e$.

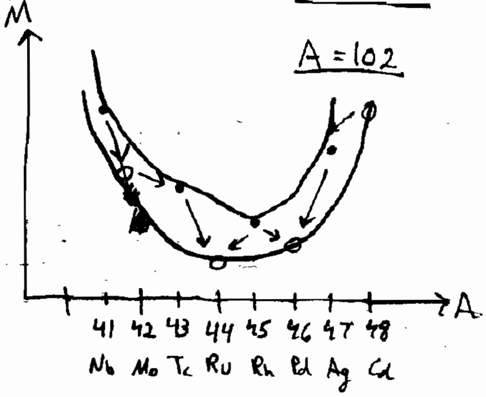
תהליך β^+ אפשרי כל עוד מתקיים: $M(Z,A) > M(Z-1,A) + 2m_e$

כאשר $2m_e$ מגיע מהצורך ליצור פוזיטרון.

EC יתקיים כל עוד: $M(Z,A) > M(Z-1,A) + \varepsilon$

כאשר ε הוא אנרגיית הקשר של הקליפה של גרעין התוצר. בד"כ EC מנצח את β^+ והוא התהליך שנבחר מימין.

A זוגי



עבור A זוגי מקבלים שתי פרבולות מקבילות, והגרעינים מקפצים ביניהן. בכל פעם מהפרבולה העליונה יתפרק לפרבולה התחתונה באמצעות β^- או EC. על הפרבולה התחתונה התהליך דומה ל-A אי-זוגי. פה מקבלים, בד"כ, <u>שני</u> גרעינים יציבים בהפרש של $Z=2$.

התפרקות β נובעת מאינטראקציה של הכח החלש (כפי שיפורט בהמשך). נשים לב שבניגוד להתפרקות α, בה ה-α נפלט באנרגיה מאוד מסוימת, בהתפרקות β נפלט גם נוטרינו שלוקח חלק מהאנרגיה. לכן האנרגיה של האלקטרון הנפלט תהיה <u>התפלגות</u>.

כמו כן, נציין, ללא הסברים, שקצב ההתפרקויות הוא

$$\boxed{\lambda = g|M|^2 \int_0^Q P(E)\cdot F(Z,Q)\,dE}$$

כאשר g נובע מהכח החלש ו-Q הוא אותו פקטור Q של האנרגיה המשתחררת.

ערכי Q עבור תהליכי β השונים:

$$\boxed{\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [M(A,Z) - M(A,Z+1)]c^2 \\ Q_{\beta^+} &= [M(A,Z) - M(A,Z-1) - 2m_e]c^2 \\ Q_{EC} &= [M(A,Z) - M(A,Z-1)]c^2 - E_b \end{aligned}}$$

כאשר E_b הוא אנרגית הקשר של האלקטרון הנבלע.

<u>קצב ההתפרקויות</u>

הקצב מוגדר ע"י כלל הזהב של פרמי:

$$1 \quad dw = \frac{2\pi}{\hbar}|M|^2 \overbrace{n_\nu(E-E_\nu)}^{\text{הנוטרינו}}\,\overbrace{n_e(E_e)}^{\text{האלקטרון}}\,dE_e$$

צפיפות המצבים, כזכור:

$$n(p_e)\,dp_e = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3}4\pi p_e^2\,dp_e$$

$$2 \quad \frac{dp}{dE} = \frac{E}{pc^2}$$

$$\Rightarrow n(E_e)\,dE_e = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar)^3c^2}p_e E_e\,dE_e$$

$$3 \quad M = \frac{G_F}{V}$$

$$\boxed{\begin{aligned} G_F &= \frac{4\pi(\hbar c)^3\alpha_w}{(M_W c^2)^2} \simeq 90\ \text{eV}\cdot\text{fm}^3 = \\ &= 1.44\times10^{-62}\ \text{J}\cdot\text{m}^3 \end{aligned}}$$

G_F הוא קבוע צימוד שנובע מהכח החלש

$$4 \quad p_\nu c = \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2c^4} = \sqrt{(E-E_e)^2 - m_\nu^2c^4}$$

$$\Rightarrow \frac{dw}{dE_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^4}p_e E_e p_\nu E_\nu$$

$$\Rightarrow \frac{dw}{dp_e} = \frac{dE_e}{dp_e}\frac{dw}{dE_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^2}p_e^2 p_\nu E_\nu$$

5 $$\frac{dw}{dp_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^{6}} p_e^2 p_\nu^2 = [\quad] E_\nu^2 = \frac{G_F^2 p_e^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}(E-E_e)^2$$

זה בהנחה שמסת הנוטרינו היא <u>אפס</u> ולכן $p_\nu = E_\nu$.

אם כך, הצורה הנוחה ביותר היא:

$$\frac{dw}{dp_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^3} p_e^2 (E-E_e)^2$$

נזכור ש- $p_e = \frac{1}{c}\sqrt{E_e^2 - m^2c^4}$ וכך נוכל להגיע לצורות נוספות:

$$\boxed{\frac{dw}{dE_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6} E_e\sqrt{E_e^2-m^2c^4}\,(E-E_e)^2}$$

כאשר $E = E_e + E_\nu$ היא האנרגיה שמשתחררת בהתפרקות.

דרך נוספת לכתוב את הנוסחה היא בעזרת האנרגיה הקינטית של האלקטרון:

6 $$T_e = E_e - m_ec^2$$

$$\Rightarrow \frac{dw}{dT_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6}(T_e+mc^2)\sqrt{(T_e+mc^2)^2-(mc^2)^2}\,(T-T_e)^2$$

כאשר $T = E - mc^2$ היא האנרגיה הקינטית הכוללת ומניחים $m_\nu = 0$.

נציג <u>קירוב אחד אפשרי</u>: אלקטרון לא-יחסותי: $T_e \ll mc^2$

$$\Rightarrow \frac{dw}{dT_e} \simeq \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6} mc^2\sqrt{T^2+2mc^2T}\,(T-T_e)^2$$

נזכור שמכל זה אפשר להסיק בסופו של דבר את זמן החיים של הגרעין המתפרק:

7 $$\boxed{\tau = \frac{1}{w}}$$

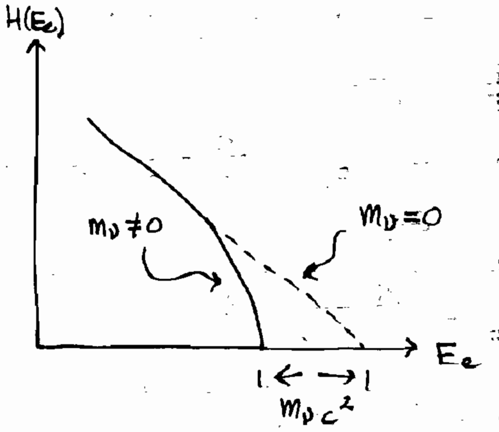
<u>מסת הנוטרינו</u>

1 ניקח את $\frac{dw}{dp_e}$ ונעביר אגפים כך שנקבל: $H(E_e) \equiv \left[\left(\frac{dw}{dp_e}\right)\frac{1}{p_e^2K(Z,p_e)}\right]^{1/2} = (E-E_e)$

כאשר $K(Z,p_e)$ כולל בתוכו את כל הקבועים. נשים לב שקיבלנו קו ישר

עם נקודת חיתוך ב- $E=E_e$. <u>אם נניח שלנוטרינו יש מסה</u> נתקן ונכתוב:

2 $$H(E_e) = \sqrt{(E-E_e)\left[(E-E_e)^2 - m_\nu^2c^4\right]^{1/2}}$$



מההפרש בין נקודות החיתוך של שני הגרפים ניתן להסיק את מסת הנוטרינו. זה דורש ניסוי מאוד מדויק, ובינתיים יש רק גבול עליון עבור המסה:

3 $$\boxed{m_\nu < 3\ eV/c^2}$$

וזה קטן מאוד יחסית לאלקטרון או הפרוטון.

3) התפרקות γ

מדובר על פליטת פוטונים עקב ירידת הגרעין מרמת אנרגיה מעוררת לרמת היסוד.
כשהפוטון נפלט הוא נושא אתו תקיפת סיבוב של $l=\pm 1$. כמו כן, כיוון שמדובר
בקרינה אלקטרו-מגנטית, נתאר את המעבר בעזרת מולטיפולים:

המולטיפול החשמלי: $Q_{lm} = z\int r^l Y_{lm}(\Omega)d^3r$

המומנט המגנטי: $M_{lm} = \mu\int r^l Y_{lm}(\Omega)(l+1)^{-1}\,\nabla(\bar r\times\bar j)d^3r$

נשים לב שלמולטיפולים החשמליים יש זוגיות של Y_{lm}, היינו $(-1)^l$. זה אומר
שמעבר חשמלי צריך להחליף זוגיות, היות ו- $\Delta L=1$. באותו אופן, למומנט
המגנטי יש זוגיות של $(-1)^{l+1}$ ולכן הוא צריך לשמר זוגיות.

<u>תיקון משמעותי</u>: אמרתי שקרינת הפוטון מולטיפולית, ולכן מותרים כל L,
למעט המעבר $L=0$.

$L=0$ <u>אסור</u>

$(-1)^l$ + מחליף זוגיות $\Rightarrow$ חשמלי

$(-1)^{l+1}$ + משמר זוגיות $\Rightarrow$ מגנטי

כמה התחלתית	כמה סופית	שימור זוגיות	L	מעברים
0^+	0^+	כן	0	אסור
$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^-$	לא	1	E1
1^+	0^+	כן	1	M1
2^+	0^+	כן	2	E2
$\frac{3}{2}^-$	$\frac{1}{2}^+$	לא	1,2	E1, M2
2^+	1^+	כן	1,2,3	M1, E2, M3
$\frac{3}{2}^-$	$\frac{5}{2}^+$	לא	1,2,3,4	E1, M2, E3, M4

$L=0$ <u>אסור</u>

מחליף זוגיות : l אי-זוגי $\Rightarrow$ חשמלי

l זוגי $\Rightarrow$ מגנטי

משמר זוגיות : l אי-זוגי $\Rightarrow$ מגנטי

l זוגי $\Rightarrow$ חשמלי

זוגיות חשמלית : $(-1)^l$

זוגיות מגנטית : $(-1)^{l+1}$

<u>קצב התפרקות γ</u>

$$T_{fi}^{E,M}(L) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\,\frac{1}{\hbar}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} B_{fi}^{E,M}(L)$$

$$B^E(L) = \frac{e^2}{4\pi}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2 (R_0)^{2L} A^{2L/3}$$

$$B^M(L) = \frac{10}{\pi}\left(\frac{e\hbar}{2m_p c}\right)^2\left(\frac{3}{L+3}\right)^2 (R_0)^{2L-2} A^{(2L-2)/3}$$

$R_0 = 1.21$ fm

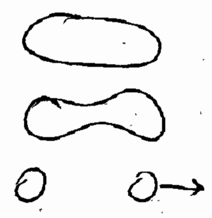
L - התנע הזוויתי שהפוטון לוקח

m_p - מסת הפרוטון

E_γ - אנרגיית הפוטון

4) ביקוע - fission

מדובר על חלוקה של גרעינים כבדים לשני גרעינים קלים יותר. אי-היציבות נובעת מגודל גדול של נוקלונים, ולכן גרעיני התוצרים יהיו מאוזנים יותר ובהתפרקות "יפלטו" גם נוקלונים חופשיים. נוכל לחשוב על התפרקות כעל גרעין אליפטי שיתפרק לשני גרעינים יותר ספריים. במודל זה, הצורה האליפטית מגדילה את אנרגית



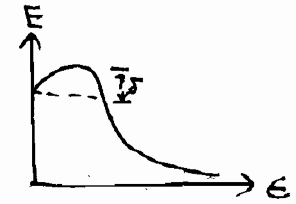
שטח הפנים: $E_s = a_s A^{2/3}\left(1+\frac{2}{5}\epsilon^2+\dots\right)$

ומקטינה את האנרגיה הקולומבית: $E_c = a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}\left(1-\frac{1}{5}\epsilon^2+\dots\right)$

(מודל Bohr-Wheeler)

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{\epsilon^2}{5}\left(2a_sA^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3}\right)$$

היחס בין שני האיברים תלוי ב- $\frac{Z^2}{A}$ ולכן עבור $A>270, Z>114$ מקבלים $\Delta E<0$.
כלומר, גרעינים אלו לא יציבים ויתבקעו. גרעינים קלים יותר גם יכולים להתבקע, אבל הם צריכים להתגבר על מחסום פוטנציאל. זה אפשרי, בעזרת מנהור, אבל נדיר.



עבור ^{238}U, למשל: $E = E_k + E_p = E_k + 4.8 = 6.5\ MeV$

משמע, צריך נוטרון עם $E_k = 1.7\ MeV$ כדי לבקע את הגרעין.

IV מודלים של הגרעין

כשתיארנו את נוסחת המסה השתמשנו במודל הטיפה הנוזלית, בו מניחים שהגרעין בנוי כמו טיפה נוזלית טעונה, שלכל הגרעינים יש צפיפות דומה ושאנרגית הקשר פרופורציונית למסה שלהם. נתאר עכשיו מודלים נוספים:

1) מודל גז פרמי

נניח שהפרוטונים והנוטרונים מתנהגים, בקירוב, כמו גז פרמי. אם כן, נשתמש בפונקציית צפיפות המצבים:

$$n(p)dp = dn = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar)^3}p^2dp \quad (1)$$

ונזכור שהפרוטונים והנוטרונים הם פרמיונים, רק שנדרש פקטור 2 נוסף מהספין.

$$\Rightarrow N = \frac{V}{3\pi^2\hbar^3}\left(p_F^n\right)^3, \quad Z = \frac{V}{3\pi^2\hbar^3}\left(p_F^p\right)^3$$

והם נעים חופשיים בתוך הנפח:

$$V = \frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4\pi}{3}R_0^3 A \quad (2)$$

כאשר כבר הגדרנו בעבר (ניסיונית): $R_0 = 1.21\ fm$

נשתמש במודל הזה כדי לחשב את הקבועים a: מנוסחת המסה.

עבור גרעין עם $Z=N=\frac{1}{2}A$:

$$p_F = p_F^p = p_F^n = \frac{\hbar}{R_0}\left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \approx 250\ \frac{MeV}{c} \quad (3)$$

$$\Rightarrow E_F = \frac{1}{2m}p_F^2 \approx 33\ MeV$$

4 $\langle E_k\rangle = \frac{1}{A}\, 4\int_0^{k_F} \frac{V}{\pi^3}\, d^3k\, \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \int_0^{p_F} E_k\, p^2 dp \Big/ \int_0^{p_F} p^2 dp = \frac{3}{5}\frac{p_F^2}{2M} \approx 20\ \text{MeV}$

מכאן אפשר לחשב את <u>הפוטנציאל</u> שמחזיק את הנוקלאונים: $\langle E_k\rangle + \langle V\rangle = a_V$

$\Rightarrow \langle V\rangle \simeq -39\ \text{MeV}$

5 נבדוק את <u>איבר השטח</u>. עבור הנפח אמרנו: $\frac{d^3n}{d^3k} = \frac{V}{\pi^3}$

$$\Rightarrow \frac{dn}{|dk|} = \frac{V}{\pi^3}k^2\int d\Omega_k = \frac{V}{\pi^3}k^2\frac{4\pi}{8}$$

האינטגרל הזה מניח כדור, אבל לא סופרים יותר מדי <u>מצבים</u>. לכן מכניסים תיקון:

$$\frac{dn}{dk} = V\frac{k^2}{2\pi^2}\Big(\underbrace{1}_{\text{נפח}} - \underbrace{\frac{\pi}{4}\frac{S}{V}\frac{1}{k}}_{\text{שטח}}\Big)$$

יש לחשב שוב את k_F:

$$k_F = k_F^{(0)} + \frac{\pi}{8}\frac{S}{V}$$

$$\Delta E(k_F) = \frac{1}{64\pi m}\left(k_F^{(0)}\right)^4 \cdot S$$

$$\Rightarrow \Delta E \simeq (13\ \text{MeV})A^{2/3}$$

זאת, יחסית ל- $a_s = 18.56\ \text{MeV}$ שמתקבל בניסוי.

6 באופן דומה נחשב את <u>איבר הסימטריה</u>:

$$\left.\begin{aligned} Z &= \frac{A}{2}(1-\lambda) \\ N &= \frac{A}{2}(1+\lambda)\end{aligned}\right\}\ \lambda = \frac{N-Z}{A}$$

$$\Delta E = \frac{1}{8}(A\lambda)^2\left(\frac{dE_F}{dn}\right)_{\frac{1}{4}A}$$

$$E_F \propto n^{2/3}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_F}{dn} = \frac{2}{3}n^{-1/3} = \frac{2}{3}\frac{E_F}{n} = \frac{2}{3}\cdot 4\frac{E_F}{A}$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{1}{3}(A\lambda)^2\frac{E_F}{A} = \frac{(N-Z)^2}{A}\frac{E_F}{3} = (13\ \text{MeV})\frac{(N-Z)^2}{A}$$

זה, לעומת $a_A = 28.1\ \text{MeV}$,

באופן כללי, <u>מודל גז פרמי, שמתבסס על כדור, טוב עבור $A \gg 1$</u>, למשל עבור כוכבי נויטרונים עבורם $A = 10^{57}$. הוא לא כ"כ טוב עבור גרעין עם A סופי.

2) <u>מודל הקליפות</u>

עבור גרעינים מורכבים ניתן לבנות מודל קליפות שדומה למודל קליפות האלקטרונים באטום. נציין שלא ברור מה מקור הפוטנציאל שיוצר את הקליפות.

לנוקלאונים יש ספין $\bar{s}$ (הם פרמיונים ולכן $s=\frac{1}{2}$) ותנע זוויתי $\bar{L}$. לכן אפשר לדבר על פיצולי ספין-מסלול עם $\bar{J} = \bar{L} + \bar{S}$. ניזכר בקוונטים 2:

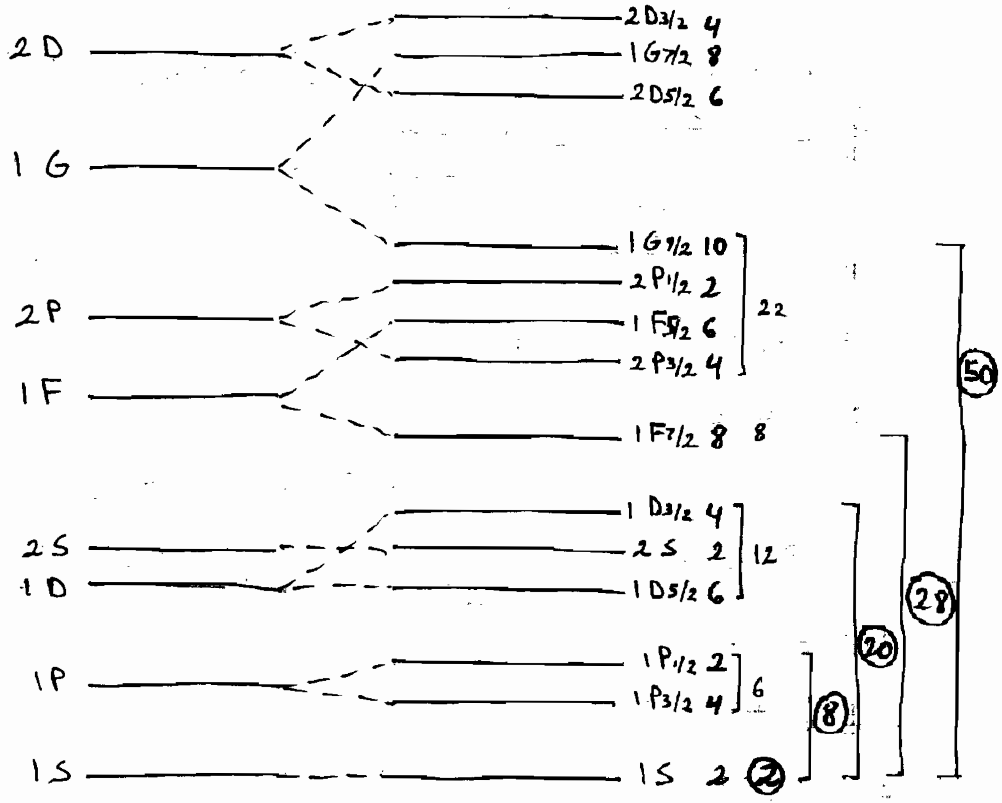
$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\bar{L}\cdot\bar{S}$$

$$\Rightarrow \langle \bar{L}\cdot\bar{S}\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)\right] = \begin{cases} l/2 & \text{for } j = l+\frac{1}{2} \\ -(l+1)/2 & \text{for } j = l-\frac{1}{2}\end{cases}$$

מכאן, שפער האנרגיה בין שתי רמות הוא: $\Delta E_{ls} = \frac{2l+1}{2}\hbar^2\langle V_{ls}\rangle$

מסתבר ש- V_{ls} הוא שלילי ולכן $j=l+\frac{1}{2}$ הוא רמה נמוכה יותר מ- $j=l-\frac{1}{2}$.

כמו כן, פיצולי הספין-מסלול הם משמעותיים ויכולים לבלבל רמות מסוימות מעל אחרות. מכאן מקבלים את הקליפות. למשל, עבור נוקלאון אחד:



באדום סימנתי את מס' הנוקלאונים שיכולים להכלס לכל רמה. נשים לב שבכל שממלאים קליפה מקבלים מספר קסם: $2, 8, 20, 28, 50, \cdots$ שמסמנים את הגרעינים היציבים ביותר.

<u>חוקי ספין וזוגיות</u>

נזכור שזוגות של פרוטונים או זוגות של נויטרונים מצומדים, כך שעבור זוגות $J=0$.

הספין והזוגיות של הגרעין נקבעים לפי הפרוטון או הנויטרון הבודד.

נזכור שזוגיות נקבעת לפי $(-1)^l$ והספקטרוסקופיה היא:

S	P	D	F	G ...
0	1	2	3	4 ...

נסתכל על שלוש דוגמאות:

א) $^{17}_{8}O$; קליפות מלאות של הרמות:

$(1S_{1/2})^2(1P_{3/2})^4(1P_{1/2})^2$: π פרוטונים

$(1S_{1/2})^2(1P_{3/2})^4(1P_{1/2})^2(1D_{5/2})^1 \Rightarrow J^P = \frac{5}{2}^+$: ν נויטרונים

ב) $^{40}_{20}Ca$: גם הפרוטונים וגם הנויטרונים במס' קסם, ולכן אוטומטית $J^P = 0^+$.

ג) $^{40}_{19}K_{21}$: כשחסר נוקלאון אחד למילוי מסלולים גם כאן: $\pi: (1D_{3/2})^3 = (D_{3/2})^{-1}$

יש נויטרון אחד עודף: $\nu: (1F_{7/2})^1$

$$\Rightarrow J^p = \frac{3}{2}^+ , \quad J^n = \frac{7}{2}^-$$

בשיש שני ספינים אי-אפשר לומר מה יהיה הספין של הגרעין - אפשר רק לסמן טווח ערכים:

$$\bar{J} = \bar{J}^p \oplus \bar{J}^n = \frac{3}{2} \oplus \frac{7}{2} = 2, 3, 4, 5$$

<u>מצבים מעורבים</u>

$$\boxed{J_1^{\pm} \oplus J_2^{\pm} \Rightarrow |J_1-J_2|^{+} < J < |J_1+J_2|^{+} \quad ; \quad J_1^{\pm} \oplus J_2^{\mp} \Rightarrow |J_1-J_2|^{-} < J < |J_1+J_2|^{-}}$$

בגלל שרמות האנרגיה מפוצלות חזק ע"י ספין-מסלול וכיוון שצריכים להתחשב גם בפרוטונים וגם בנויטרונים, קשה יותר לומר איך יתנהג גרעין מעורב.
נסתכל, למשל, על $^{17}_{8}O$. יש לו שלוש אופציות:

א) קליפות הפרוטונים מלאות. אפשר להעלות פרוטון מ-$(1P_{1/2})$ ל-$(1D_{5/2})$ ואז יהיו שתי רמות לא-מלאות.

ב) להעלות נויטרון מ-$(1P_{1/2})$ ל-$(1D_{5/2})$ כך שנקבל $(1D_{5/2})^2(1P_{1/2})^{-1}$.

ג) להעלות את הנויטרון של $(1D_{5/2})$ לרמה הבאה, כנראה $(2S_{1/2})$.

הגרעין יבחר באופציה של אנרגיה מינימלית, במקרה הזה ג'. אופציה ב' עדיפה על א' כי ב-א' יש שתי רמות פתוחות, לעומת ב' בו יש רמה אחת פתוחה ורמה נוספת עם זוג (לוקח פחות אנרגיה).

<u>מומנט מגנטי</u>

המומנט המגנטי של הגרעין מוגדר לפי:

$$\boxed{\bar{\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} (g_l \bar{l}_i + g_s \bar{s}_i)}$$

כאשר פקטורי לנדה הם:

$$g_l = \begin{cases} 1 & \text{proton} \\ 0 & \text{neutron} \end{cases} \qquad g_s = \begin{cases} 5.6 & \text{proton} \\ -3.8 & \text{neutron} \end{cases}$$

$$\boxed{\forall \left(j = l \pm \tfrac{1}{2}\right) : \mu = \mu_N \, j \left(g_l \pm \frac{g_s - g_l}{2l+1}\right)}$$

כדי לחשב את המומנט עצמו נשתמש בנוסחה יעילה יותר: $\mu = g_j \, j \, \mu_N$

כאשר g_j מורכב מפקטורי לנדה ומתקיים:

$$jg_\pi = l + \tfrac{1}{2}\cdot 5.6 = j + 2.3 \qquad \text{for } j = l + \tfrac{1}{2}$$
$$jg_\pi = j\left(1 + \frac{1}{2l+1}\right) - 5.6\, j\left(\frac{1}{2l+1}\right) = j - \frac{2.3 j}{j+1} \qquad \text{for } j = l - \tfrac{1}{2}$$
$$jg_\nu = -\tfrac{1}{2}\times 3.8 = -1.9 \qquad \text{for } j = l + \tfrac{1}{2}$$
$$jg_\nu = 3.8 \times j\left(\frac{1}{2l+1}\right) = \frac{1.9 j}{j+1} \qquad \text{for } j = l - \tfrac{1}{2}$$

כך, למשל, עבור $^{75}_{32}Ge_{43}$ מוצאים $J^P = \frac{1}{2}^-$ שמגיע מהרמה $2P_{1/2}$,
כך ש- $l=1$. המומנט מגיע מהנוטרון המזוג ומתקיים $j = \frac{1}{2} = l - \frac{1}{2}$.
לכן משתמשים בנוסחה: $\left(\frac{\mu}{\mu_N}\right)_\nu = \frac{1.9\,j}{j+1} = 0.633$

איזוספין

בדומה ל- $\vec{L}, \vec{S}, \vec{J}$ ואופרטורים אחרים, ניתן להגדיר אופרטור נוסף $\vec{T}$ שנקרא איזוספין (isospin). כפי שנבין, זהו אופרטור סימטריה בין הפרוטונים לנוטרונים בגרעין - כלומר, סימטריה להחלפות.

$\vec{T}$ מוגדר כך:

$$\boxed{\begin{aligned} T_1 &= \tfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ T_2 &= \tfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ T_3 &= \tfrac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}}$$

כמו באופרטורים אחרים, האופרטורים המעניינים יותר יהיו T_3 ו- T^2.
$T^2 = T(T+1)$, מה שמעיד על ניוון, כך שאפשר לדבר על מולטיפלטים של איזוספין.
T_3 הוא כמו אופרטור ספין: $\boxed{T_3 \,|Z,N,\psi\rangle = \frac{1}{2}(Z-N)\,|Z,N,\psi\rangle}$
לאיזוברים באותו מולטיפלט יהיו כמות אנרגיה דומות.
נסתכל, למשל, על הגרעין $^{65}_{30}Zn_{35}$:

$$T_3\,|^{65}_{30}Zn\rangle = \frac{1}{2}(30-35) = -\frac{5}{2}$$

לכן מדובר על מולטיפלט של שישה איזוברים. ~~~~ $T_3 < 0$ ולכן כדי למלא את כל הגרעינים במולטיפלט הולכים ימינה בטבלה המחזורית:

$^{65}_{30}Zn_{35}$, $^{65}_{31}Ga_{34}$, $^{65}_{33}As_{32}$, $^{65}_{34}Se_{31}$, $^{65}_{35}Br_{30}$, $^{65}_{32}Ge_{33}$

כמו כן, מסתבר שיש סימטריה להחלפות בין פרוטונים לבין נוטרונים בגרעין, כך שרמות האנרגיה של $^{27}_{13}Al_{14}$ יהיו מאוד דומות לאלו של $^{27}_{14}Si_{13}$.
זה נובע מהכוח החזק, שלא רגיש למטען הנוקלאונים. בזכות שמטען המטען החשמלי, הפרוטון והנוטרון במעט זהים.

3) המודל הקיבוצי (collective)

נציין שקיימים גם מודלים שמחברים בין המודלים השונים. המודל הקיבוצי, למשל, מחבר בין מודל הטיפה הנוזלית לבין מודל הקליפות.

מתווספות כמות אנרגיה בתנודה מוארכות, כאשר I-מומנט התמד: $E_J = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}$

וכמות אנרגיה בתנודה מוסילציה צורה בין prolate ל- oblate לפי: $\Delta E = \hbar\omega$

הכח החזק

בחלק הזה ניתן תיאור כללי מאוד של הכח החזק. מפיזורי pp, nn ו-np מסתבר שהוא לא תלוי במטען, אלא רק תלוי בספין. כמו כן, למרות שזהו כח מושך, במרחקים קטנים מאוד בין הנוקלאונים הוא הופך לכח דוחה - כך הגרעין לא מתכווץ לתוך עצמו.
כשמדובר על חלקיקים נראה שכל כח דורש חלקיק ש"יעביר" את הכח; עבור הכח החזק משתמשים בפיונים π עם מסה של $m_\pi \simeq 140 \frac{MeV}{c^2}$.

מכאן ניתן לחשב את הטווח שבו הכח החזק הוא כח דוחה (עקב חילופי פיונים):

$$\Delta t < \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{m_\pi c^2}$$

$$\boxed{R = c\Delta t = \frac{\hbar}{m_\pi c} \simeq 1.4\ fm}$$

צורת הפוטנציאל של הכח החזק היא הצורה של פוטנציאל יוקווה:

$$\boxed{\begin{aligned} V_{NN} &\sim \frac{e^{-kr}}{r} \\ k &= \frac{m_\pi c}{\hbar} \end{aligned}}$$

כאשר k קובע את הטווח של הפוטנציאל:

חישוב מלא יותר נותן את הביטוי הבא:

$$V_{NN} = g^2 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nabla})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{\nabla}) \frac{e^{-kr}}{r} =$$

$$= g^2 \left[\frac{1}{3} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + S_{12} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right) \right] k^2 \frac{e^{-kr}}{r}$$

$$S_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{r})$$

כאשר $\vec{\sigma}_1$ ו-$\vec{\sigma}_2$ הם הספינים של הנוקלאונים. לצערי, לא הבנתי את זה מספיק בכדי לספק הסבר מלא.

חלקיקים

נתחיל בתאור כללי של משפחות החלקיקים. אח"כ נתאר כל משפחה בנפרד. נרחיב בעיקר בנושא הקווארקים ושם נפתח את המודל הסטנדרטי ונתאר את תורות השדות QED ו- QCD.

באופן כללי, חלקיקים מתחלקים לשלוש משפחות:

א) לפטונים — אלקטרונים, מיואונים, נייטרינים וכו'.

ב) הדרונים — כל מה שמורכב מקווארקים. מתחלקים למזונים ובריונים.

ג) "חלקיקי כח" - הפוטון, Z^0, $W^\pm$ והגלואון.

I. **לפטונים**

הלפטונים מחולקים לשלושה דורות:

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} Q=-1 \\ Q=0 \end{matrix}$$

כאשר לכל אחד מהחלקיקים יש אנטי-חלקיק עם מטען חשמלי הפוך.

לנייטרינים אין מטען חשמלי. לכל לפטון יש מס' לפטוני שצריך להישמר בהתפרקויות. כך, למשל, ל- e^- ול- ν_e יש $L_e=1$ ואילו ל- μ^- ול- ν_μ יש $L_\mu=1$. לאנטי-חלקיקים שלהם יש מס' לפטוני שלילי.

נבדוק שימור בהתפרקות: $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad \Rightarrow L_e = 1+(-1)=0$

המיואון והטאואון יכולים להתפרק לחלקיקים קלים יותר, אך האלקטרון, שהוא בעל מסה קטנה (יחסית לאחרים) לא מתפרק - הוא יציב. כך גם הנייטרינים.

<u>מסות</u>: $m_e = 0.511 \frac{MeV}{c^2}$; $m_\mu = 105.7 \frac{MeV}{c^2}$; $m_\tau = 1777 \frac{MeV}{c^2}$

<u>אינטראקציות</u>: <u>הלפטונים מושפעים רק מאינטראקציות של כוח החלש או הכח הא"מ.</u>

<u>הנייטרינים מושפעים רק מהכח החלש. לכן, אם בהתפרקות מופיע נוטרינו, הרי שמדובר באינטראקציה חלשה.</u>

<u>אוסילציות נייטרינים</u>

כשדיברנו על התפרקות β אמרנו שבמודל הסטנדרטי מניחים שלנייטרינים אין מסה, אבל ניסויים מראים שיתכן שיש להם מסה $m_\nu < 3 \frac{eV}{c^2}$. אם יש להם מסה הם יכולים להתחלף ביניהם לבין עצמם. כלומר, עם הזמן ν_e יכול להפוך ל- ν_μ או ל- ν_τ ולהפך. נתאר אוסילציות בין שני סוגי נייטרינים (מכנים אותם "טעמים" שונים).

נניח ש- ν_e ו- ν_μ הם בעצם מורכבים מהפונקציות ν_1 ו- ν_2 עם מסות m_1 ו- m_2:

$$\boxed{\begin{aligned} |\nu_e\rangle &= \cos\alpha\, |\nu_1\rangle + \sin\alpha\, |\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu\rangle &= -\sin\alpha\, |\nu_1\rangle + \cos\alpha\, |\nu_2\rangle \end{aligned}} \qquad 1$$

עם הזמן: $\underline{2}\quad |\nu_e(t)\rangle = e^{-iE_1(p)t/\hbar}\cos\alpha\,|\nu_1\rangle + e^{-iE_2(p)t/\hbar}\sin\alpha\,|\nu_2\rangle$

הסיכוי לאוסילציה: $\underline{3}\quad P_{e\mu}(t) = |\langle\nu_\mu|\nu_e\rangle| = \sin^2(2\alpha)\sin^2\left[\frac{(E_2-E_1)t}{\hbar}\right]$

$$\underline{4}\quad E_i = \sqrt{(pc)^2+(m_ic^2)^2} \simeq [\,|p|\gg m\,] \simeq p + \frac{m_i^2c^3}{2p}$$

$$\left.\begin{aligned} E &\approx pc \\ t &\approx \frac{L}{c}\end{aligned}\right\}\quad \frac{(E_2-E_1)t}{\hbar} \simeq \frac{\Delta(m^2c^4)L}{4\hbar cE}$$

כאשר L הוא המרחק מהנקודה בה הנויטרינו נוצר. נשים לב שאנחנו מקבלים שהסיכוי לאוסילציה תלוי בהפרש המסה: $\boxed{P_{e\mu}(t) = \sin^2(2\alpha)\sin^2\left[\frac{\Delta(m^2c^4)L}{4\hbar cE}\right]}$

אם לנויטרינים יש מסה, ויש הפרשי מסה ביניהם, יהיו אוסילציות.

נשים לב גם שהסיכוי לאוסילציה מגלה מקסימלי עבור $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

לצורך שלמות וכי יש מקום, נציין גם: $P_{ee}(t) = 1 - P_{e\mu}(t)$.

במציאות אכן רואים אוסילציות והן נחשבות היום להסבר משכנע לכך שבניסויים "רגילים" בהם מודדים את שטף הנויטרינים מהשמש בריאקציה $p+p \to d + e^+ + \nu_e$ רואים רק חלק מה-ν_e – בשאר הם הופכים גם ל-ν_μ ול-ν_τ.

הניתוח שעשינו פה פשטני ולכן נותן כמה תוצאות אפשריות:

$$\underline{5}\quad \Delta m^2 = 2\times10^{-7}(eV)^2\ ,\quad \alpha \simeq 45^\circ$$

$$\Delta m^2 = 8\times10^{-5}(eV)^2\ ,\quad \alpha \simeq 32^\circ$$

כדי לקבל תוצאות מדויקות יותר יש להתחשב בכל שלושת הדורות ולבנות מטריצת מעבר מתאימה.

<u>הערה חשובה</u>: נשים לב שהאוסילציות שוברות את חוק שימור המס' הלפטוני: עכשיו <u>כבר אי-אפשר לומר ש- L_e, L_μ ו- L_τ נשמרים בנפרד, אלא ש- L_{epton} הוא הגודל הנשמר</u>. עדיין, בריאקציות בהן נעסוק נקפיד לשמור על שימור מלא.

<u>הדרונים</u>

באופן כללי, ההדרונים מרכיבים את רוב החומר - פרוטונים, נויטרונים וכו'. הם מורכבים מ<u>קווארקים</u> שהם חלקיקים נקודת"ים שמתחלקים לשישה דורות:

$$\boxed{\begin{pmatrix}u\\d\end{pmatrix}\ \begin{pmatrix}c\\s\end{pmatrix}\ \begin{pmatrix}t\\b\end{pmatrix}\quad \begin{matrix}Q=\frac{2}{3}\\[4pt] Q=-\frac{1}{3}\end{matrix}}$$

קוורק	מסה $[\frac{GeV}{c^2}]$
u	0.3
d	0.3
c	1.5
s	0.5
t	180
b	4.5

גם לקווארקים יש אנטי-קווארקים $\bar{q}$ עם מטען חשמלי הפוך.

$\boxed{\text{לקווארקים יש ספין } \tfrac{1}{2}.}$

לסוגים השונים של הקווארקים קוראים "טעמים" וכל אחד מהם בא בשלושה צבעים: אדום (r), ירוק (g) וכחול (b). על משמעות הצבעים נפרט בהמשך.

ההדרונים מתחלקים לשתי משפחות:

א) <u>מזונים</u>: מורכבים מ- $q\bar{q}$. אלו בוזונים והם קלים יחסית, בד"כ.

ב) <u>בריונים</u>: מורכבים מ- qqq. אלו פרמיונים והם כבדים יותר, בד"כ.

<u>אינטראקציות</u>: <u>ההדרונים מושפעים מכל הכוחות: חזק, חלש וא"מ.</u>

$\boxed{*}$ <u>מספרים קוונטיים - חוקי שימור בהתפרקויות</u>

ראינו בעבר שבהתפרקויות צריך לשמור על מטען חשמלי ומספר לפטוני. עבור ההדרונים נוסיף עוד כמה מספרים קוונטיים שמכתיבים חוקי שימור שונים.

1) <u>מס' בריוני - B</u> - <u>מס' הבריונים בהתפרקות חייב להישמר</u>. נשים לב שמס' המזונים בהתפרקות לא חייב. לאנטי-חלקיקים יש מס' בריוני הפוך מהחלקיקים.

2) <u>זוגיות - P</u> - <u>עבור מזונים מגדירים זוגיות</u> $(-1)^{l+1}$ כאשר l הוא התנע הזוויתי שלהם. בהתפרקויות בהן נוצרים מזונים, הם ישאו את תנופת הסיבוב שתישאר מתוצרי ההתפרקות (כלומר שלא הלכה לבריונים).
עבור בריונים הזוגיות היא שרירותית. באופן כללי, <u>לקווארקים q יש זוגיות +1 ולאנטי-קווארקים יש -1</u>. עבור הפוטון מגדירים זוגיות +1 ותיאורטית מכאן מגדירים זוגיות לשאר הבריונים - לצערי, אף לא הבנתי איך.

3) <u>C - Charge Conjugation</u> - מדובר בפעולה של החלפת החלקיק באנטי-חלקיק שלו. <u>לחלקיקים עבורם אין אנטי-חלקיק מגדירים $C=\pm1$</u> (כך, למשל, לפוטון יש $C=-1$ כי החילוף $Q\leftrightarrow -Q$ מחליף סימן בשדות הא"מ). <u>עבור חלקיקים שיש להם אנטי-חלקיק מוגדר מגדירים $C=(-1)^{L+S}$</u> כש-L תנע זוויתי ו-S הוא ספין.

<u>הערה חשובה</u>: <u>גם זוגיות P וגם C נשמרים באינטראקציות חזקות וא"מ, אך נשברים באינטראקציה החלשה.</u>

4) <u>מוזרות - S</u> - לקווארקים s,c,t,b יש מספרים קוונטיים נלווים, כך שחלקיק שמורכב מאחד מהם יקבל גם את המס' הקוונטי הנלווה. כך, ל-s יש מוזרות, ל-c יש charm, ל-t יש truth ול-b יש beauty.

לדוגמה, K^+ מורכב מ- $u\bar{s}$ ולכן מוזר עבורו $S=+1$. K^- הוא $s\bar{u}$ ולכן $S=-1$.

המספרים האחרונים נקבעים לפי מס' הקווארקים מאותו טעם שמרכיבים את החלקיק:

$$\boxed{\begin{aligned} S &= -N(s) + N(\bar s) \\ C &= N(c) - N(\bar c) \\ \tilde B &= -N(b) - N(\bar b) \end{aligned}}$$

נלקח מ- Martin, pp. 97-98

5) איזוספין - I - ראינו בעבר שהגרעין סימטרי להחלפה בין נויטרון לפרוטון. הפרוטון מורכב מ- uud והנויטרון מ- udd ולכן הסימטריה הזאת נובעת מסימטריה בין הקווארקים u ו-d (זה גם מסביר מדוע המסות שלהם קרובות). נדגיש שזו סימטריה חלקית (בגלל-זאת המסות אינן זהות, אבל זה לא קריטי עבורנו).

נתייחס לאיזוספין כמו לספין ונשים לב שזה נותן לנו מולטיפלטים. כך, למשל, הפרוטון והנויטרון הם דובלט עם $I_3=\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$ בהתאמה.

לאנטי-חלקיקים יש איזוספין הפוך.

אינטראקציות: איזוספין נשמר באינטראקציה החזקה בלבד.

בעזרת איזוספין אפשר לחשב את היחס בין התפרקויות שונות:

נחפש את היחס בין שתי ההתפרקויות הבאות:

$$*)\quad p\bar p \longrightarrow \pi^0\pi^0$$
$$\longrightarrow \pi^+\pi^-$$

1 $$|p\rangle|\bar p\rangle = |I=\tfrac12, I_3=\tfrac12\rangle|I=\tfrac12, I_3=-\tfrac12\rangle = \sqrt{\tfrac12}|1,0\rangle + \sqrt{\tfrac12}|0,0\rangle$$

$$|\pi^+\rangle|\pi^-\rangle = |1,1\rangle|1,-1\rangle = \sqrt{\tfrac16}|2,0\rangle + \sqrt{\tfrac12}|1,0\rangle + \sqrt{\tfrac13}|0,0\rangle$$

$$|\pi^0\rangle|\pi^0\rangle = |1,0\rangle|1,0\rangle = \sqrt{\tfrac23}|2,0\rangle - \sqrt{\tfrac13}|0,0\rangle$$

2 $$\langle\pi^+\pi^-|p\bar p\rangle = \tfrac12\langle1,0|1,0\rangle + \sqrt{\tfrac16}\langle0,0|0,0\rangle \equiv \tfrac12 A + \sqrt{\tfrac16}B$$

$$\langle\pi^0\pi^0|p\bar p\rangle = -\sqrt{\tfrac16}\langle0,0|0,0\rangle = -\sqrt{\tfrac16}B$$

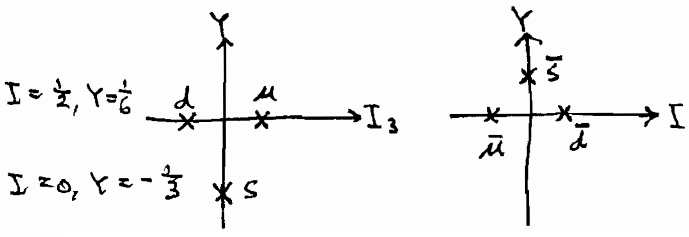
3 $$\frac{\sigma(\pi^0\pi^0)}{\sigma(\pi^+\pi^-)} = \frac{|\langle\pi^0\pi^0|p\bar p\rangle|^2}{|\langle\pi^+\pi^-|p\bar p\rangle|^2} = \frac{|\frac12 A + \frac{1}{\sqrt6}B|^2}{|-\frac{1}{\sqrt6}B|^2}$$

✱ מיון חלקיקים

נהוג לשרטט את החלקיקים בדיאגרמות של $Y=f(I_3)$, כאשר $\boxed{Y=B+S+C+\tilde B+T}$

לכל קווארק יש $B=\frac13$ והאיזוספין של החלקיק נקבע לפי הקווארקים u,d כאשר $\boxed{I_3^d=-\frac12 \quad, I_3^u=+\frac12}$. הקווארקים הקלים מרכיבים את מולטיפלטי היסוד $SU(3)$, $SU(\bar 3)$:

$$\boxed{Q = I_3 + \frac{Y}{2}}$$



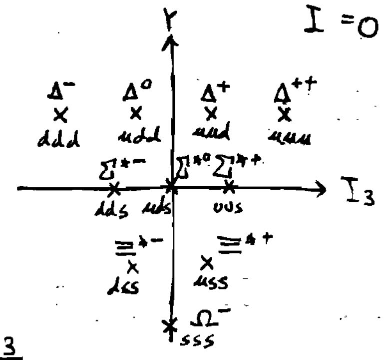
נסתכל על כמה דוגמאות של הרכבת בריונים:

* בריונים שמורכבים מהקוורקים u,d,s:

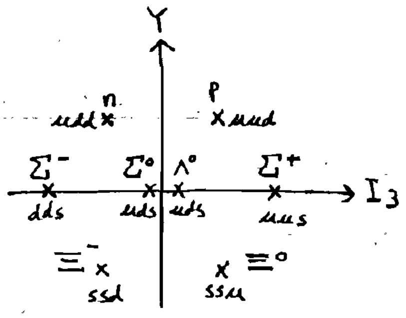
נשים לב שהצירוף של u,d,s נותן שני מולטיפלטים של איזוספין: uuu יהיה שייך ל- $I=\frac{3}{2}$, ואילו uud יהיה שייך גם ל- $I=\frac{3}{2}$ וגם ל- $I=\frac{1}{2}$.

נסכם את האופציות השונות:

ddd, udd, uud, uuu	$I=\frac{3}{2}$		
udd, uud	$I=\frac{1}{2}$		
dds, uds, uus	$I=1$	$+\ uds$	$I=0$
dds, dus, uus	$I=1$		
dss, uss	$I=\frac{1}{2}$		
ssd, ssu	$I=\frac{1}{2}$		
sss	$I=0$		



$J=\frac{3}{2}$

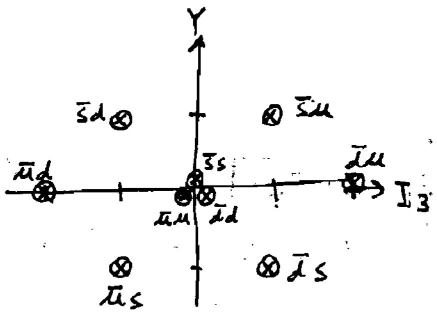


$J=\frac{1}{2}$

בשלב זה אני לא מסוגל להסביר איך מחלקים את החלקיקים לפי הספין שלהם, או לפי מה קובעים ש- sss יופיע דווקא עם הרביעיה של $I=\frac{3}{2}$, למרות שאני חושד שזה מגיע מהאלגברה: $3\otimes3\otimes3 = 1\oplus8\oplus8\oplus10$.

* מזונים קלים:

	$\bar{d}d$	$\bar{d}u$	$\bar{d}s$	$\bar{u}u$	$\bar{u}d$	$\bar{u}s$	$\bar{s}d$	$\bar{s}u$	$\bar{s}s$
I_3:	0	1	$\frac{1}{2}$	0	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Y:	0	0	-1	0	0	-1	$+1$	$+1$	0



חלקיקי כוח

אחד הדברים היפים בקורס הוא התהליך בו יוצאים מכח מסוים, עוברים דרך השדה שהוא יוצר ומגיעים לחלקיק שמעביר את הכוח: כח ← שדה ← חלקיק.

- נתאר, לדוגמה, את הכח האלקטרו-מגנטי:

יוצאים מכח קולומב: 1 $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$

מגדירים שדה שיוצר את הכח ונכנס דרך מעבר חשמלי: 2 $F = q(-\bar{\nabla}\phi)$

$-\nabla^2\phi = 4\pi\rho$

עוברים לתיאור יחסותי: 3 $\Box^2 A_\mu = \left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)A_\mu = 4\pi J_\mu$

בונים המילטוניאן: 4 $H = \frac{1}{8\pi}\int d^3x\,(E^2+B^2)$

נשים לב ש- (E^2+B^2) דומה ל- (p^2+x^2), היינו אוסילטור.

עושים להמילטוניאן טרנס' פורייה: $H \sim \sum_k (E_k^2 + k^2 A_k^2)$

זו סכימה על אופני תנודה שדומה מאוד לאוסילטור $\frac{1}{2}\left(\frac{p^2}{m} + m\omega^2 x^2\right)$.

כשמשווים בין שני הביטויים (נעשה בקוונטים 2) מגיעים לקשר: $\omega = c|\bar{k}|$

לאחר קוונטיזציה מקבלים אופני תנודה: 5 $\varepsilon = \hbar\omega = \hbar c|\bar{k}| = c|\bar{p}|$

כאן קישרנו בין אופני תנודה לבין תנע - בעצם הגדרנו את הפוטון (γ) שהוא אופן-תנודה של השדה הזה. אפילו קיבלנו שאין לו מסה ($\varepsilon = c|\bar{p}|$), כמו שצריך.

- בצורה דומה מתארים את הכח החזק: 1 $F \sim q_1 q_2 \bar{\nabla}\left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right)$

השדה צריך לדעוך אקספוננציאלית, ולכן: 2 $(-\nabla^2 + \mu^2)\phi = \rho$

נעבור ליחסות: 3 $(\Box + \mu^2)\phi = \rho$

ולהמילטוניאן: 4 $H \sim \int d^3x\,[\Pi^2(x) + \phi(-\nabla^2+\mu^2)\phi(x)]$

נעשה טרנס' פורייה: $H \sim \sum_k [\Pi_k^2 + (k^2+\mu^2)\phi_k^2]$

נוציא אופני תנודה: 5 $\varepsilon^2 = (\hbar k)^2 + \left(\frac{\hbar\mu}{c}\right)^2 c^4 = \left[\frac{\hbar\mu}{c} = m\right] =$

$= (\hbar k)^2 + (mc^2)^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$

קיבלנו חלקיק עם מסה שנקבעת לפי μ, טווח הכח החזק. כשדיברנו על גרעין ראינו שזה הפיון π עם $m_\pi \simeq 140\ \frac{MeV}{c^2}$.

כוחות וחלקיקים

<u>הכח החזק</u> - בין נוקלאונים - π; בין קוורקים - g (גלואון).

<u>הכח החלש</u> - W^+, W^-, Z^0 (יפורטו בהמשך).

הכח הא"מ - γ (פוטון - נקרא גם gauge boson).

תורות שדות

ראינו ששדות מקבלים חלקיקי כח. בעזרת תורות שדות אפשר להסביר מדוע חלקיקים מתנהגים דווקא כחלקיקים מסוימים ולא אחרים. למעשה לא ניכנס לתיאורים מתמטיים ונסתפק בשמחה בתיאורים סכמטיים בעזרת דיאגרמות פיינמן.

כדי להגדיר תורת שדות, צריך:

א) להגדיר אילו חלקיקים קיימים.

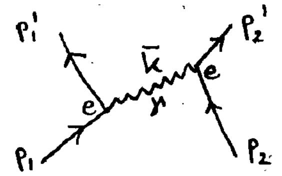
ב) להגדיר את האינטראקציות H_I. בדיאגרמות זה שווה-ערך להגדרת הקודקודים האפשריים, כאשר מס' הקודקודים בדיאגרמה פרופורציוני לסבירות ההתרחשות.

נתאר בעזרת דיאגרמות פיינמן שתי תורות: QED ו- QCD.

1) Quantum Electrodynamics - QED

<u>חלקיקים</u>: אלקטרונים ופוטונים (מעבירי הכח).

<u>חוזק אינטראקציה (קודקוד)</u>: $\alpha = \frac{1}{137} \sim e^2$. <u>חוזק האינטראקציה הוא e</u>.



- נתאר פיזור אלקטרונים: אלקטרון עם p_1 פולט פוטון עם תנע $\bar{k}$ ומשנה את מסלולו לתנע p_1'.

לאחר זמן מה אלקטרון נוסף עם תנע p_2 בולע את הפוטון והתנע שלו משתנה ל- p_2'.

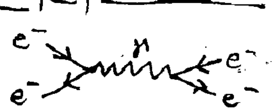
הפוטון העביר תנע $\bar{k}$ בין האלקטרונים, כך ש- $\bar{p}_1' = \bar{p}_1 - \bar{k}$, $\bar{p}_2' = \bar{p}_2 + \bar{k}$.

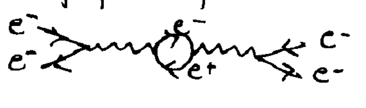
את הדיאגרמות קוראים משמאל לימין - זהו ציר זמן $\longrightarrow t$.

- כמו שקיים הקודקוד  שמתאר פליטת פוטון, קיים גם הקודקוד 

שמתאר יצירת זוג מפוטון [illegible].

- <u>בכל קודקוד חייב להיות שימור מטען.</u>

- α <u>לא בדיוק קבוע, אלא תלוי במרחק r בין האלקטרונים</u>: כשם שקיים הקודקוד 

עם חוזק של e^2, כך יתכן גם 

עם חוזק של e^4, כאשר הפוטון הראשון יצר זוג אלקטרון-פוזיטרון שעברו אניהילציה והמשיך לפגוע באלקטרון השני. אפשר לחשוב על התהליך השני כתיקון מסדר e^4 לתהליך הראשון. ייצור האלקטרון-פוזיטרון יוצר אפקט מיסוך שבמרחקים קצרים <u>מגדיל</u> את הדחייה החשמלית בין המטענים. אם אומרים ש- $\phi_{eff} = \frac{\alpha_{eff}(r)\cdot\hbar c}{r}$ ו- $\alpha_{eff} = \frac{1}{137}$ עבור $r \gg r_c = \frac{\hbar}{mc} = 3.9\times10^{-13}\,m$, הרי שעבור $r \lesssim r_c$ נקבל $\alpha_{eff} > \alpha$.

$$\boxed{\alpha(q^2) = \alpha(\mu^2)\left[1 - \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi}\log\left(q^2/\mu^2\right)\right]^{-1}}$$

- חלקיקים: הקווארקים $q, \bar{q}$ והגלואונים g (מעבירי הכח).
- חוזק אינטראקציה (קופלינג): $\boxed{\alpha_s \equiv \frac{g^2}{\hbar c}}$ במקביל ל- $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ מ- QED.
- צבע: ב- QCD לכל קווארק יש צבע: אדום (r), ירוק (g), או כחול (b). לאנטי-קווארקים, במקביל, יש אנטי-צבע. לכל צבע יש ערכי Y^c, I_3^c שמשמרים:

קווארקים q

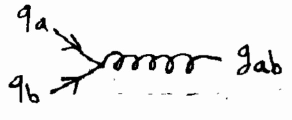
	I_3^c	Y^c
r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
g	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
b	0	$-\frac{2}{3}$

אנטי-קווארקים $\bar{q}$

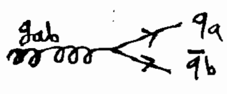
	I_3^c	Y^c
$\bar{r}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
$\bar{g}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
$\bar{b}$	0	$\frac{2}{3}$

הערה: חוזק האינטראקציה הוא g

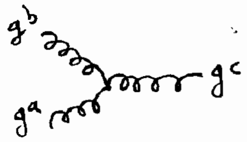
- כליאת צבע: עיקרון בסיסי ב- QCD הוא שהצירופים המותרים של קווארקים הם רק אלו שנותנים חלקיקים חסרי-צבע, הי"נו חלקיקים "לבנים". צירופים אפשריים הם צבע ואנטי-צבע, כמו $r\bar{r}$, $g\bar{g}$, $b\bar{b}$; או צירופים של שלושת הצבעים rgb או של שלושת האנטי-צבעים $\bar{b}\bar{g}\bar{r}$. זה מסביר מדוע המזונים הם $q\bar{q}$ ומדוע הבריונים הם qqq או $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$ בלבד.
- צבע הגלואונים: בשונה מ-QED בו לפוטון אין מטען חשמלי משלו, ב- QCD לגלואונים יש מטען צבע. כיוון שלכל קווארק יש צבע והגלואון הוא זה שמעביר את הצבע ביניהם, הכי שיש $2^3=8$ צבעי גלואונים ומסמנים אותם g_{ab}, כאשר g הוא הגלואון ו- a,b מקבלים r,g,b. הקווארקים, בהתאם, מסומנים q_a או $\bar{q}_b$.
- קודקודים: באופן טריוויאלי קיימים שני קודקודים מקבילים לאלו של QED:

1) 

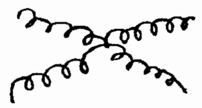
שני קווארקים פולטים גלואון עם חוזק g:

2) 

גלואון יוצר זוג קווארק ואנטי-קווארק עם חוזק g:

3) 

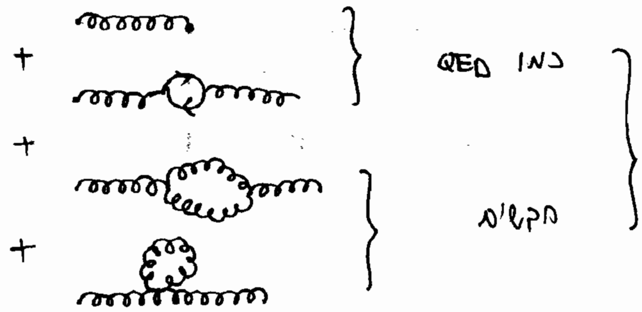
שני גלואונים פולטים גלואון, חוזק g:

4) 

השמדה ויצירה של שני גלואונים, חוזק g^2:

- <u>חופש אסימפטוטי</u>: בדומה לאפקט המיסוך שטיפלנו ב-QED, גם ב-QCD יש תיקונים שמשנים את הפרמטר הצימוד ~~בגמ~~ α_s במרחקים קצרים מאוד. אם נרצה לדייק, נאמר שבאנרגיות גבוהות מאוד (תנע $\to\infty$) הקווארקים והגלואונים מתנהגים כמו חלקיקים חופשיים - לאיזור זה קוראים UV (אולטרה-סגול); בתנע (אנרגיה) נמוך המשיכה בין החלקיקים תהיה מאוד חזקה - זה איזור ה- infrared slavery.

התיקונים ב- QCD הם:



$$\boxed{\alpha_s(q^2) = \alpha_s(\mu^2)\left[1+\frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi}(33-2N_q)\log\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)\right]^{-1}}$$

נסביר את הנוסחה: q^2 הוא הפרש התנע שמוכנס למערכת; $\alpha_s(\mu^2)$ הוא α_s שנמדד עבור הפרש-תנע מוכר כלשהו μ^2; N_q - מס' טעמי הקווארקים שמשתתפים באינטראקציה. חשוב לשים לב שככל ש- q^2 גדל, כך α_s קטן, ולהיפך.

- זה אומר שאם בהתפרקות נפלטים שני קווארקים באנרגיות גבוהות, אז ככל שהם יאטו, האינטראקציה ביניהם תגדל וכך גם האנרגיה שהם משאירים מאחוריהם. מכיוון שאין קווארקים צבועים בטבע, האנרגיה של האינטראקציה תיצור זוגות קווארקים שמטרתם לנטרל את צבע הקווארקים המקוריים:

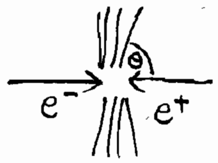
שני קווארקים נפלטים בתנע גבוה: $\leftarrow(q \qquad \bar{q})\rightarrow$

מתחילים להיווצר זוגות נוספים: $\leftarrow(q \quad \bar{q})(q \quad \bar{q})\rightarrow$

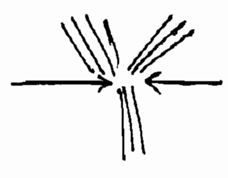
קיבלנו ארבעה מזונים: $(q\,\bar{q})(q\,\bar{q})(q\,\bar{q})(q\,\bar{q})$

לתהליך הזה קוראים <u>inside-outside cascade</u>.

- <u>סילונים (Jets)</u>: התהליך הקודם מסביר מדוע בניסוי פיזור של אלקטרונים באנרגיות גבוהות מקבלים סילונים של חלקיקים: בתנעים גבוהים הקווארקים מתנהגים כמו חלקיקים חופשיים נקודתיים עם חתך-פעולה לפיזור ב-θ של $\frac{d\sigma}{d\Omega}\propto(1+\cos^2\theta)$, בהתאם לפיזור של פרמיונים עם ספין $\frac{1}{2}$.



באנרגיות עוד יותר גבוהות מקבלים שלושה סילונים, בהתאם לכך שאחד הקווארקים פולט גלואון. כך, אמנם לא רואים קווארקים וגלואונים חופשיים, אבל כן רואים את התוצרים שלהם. כמו-כן, אפשר לחשב את הסיכוי לפיזור גלואון $\frac{\sigma(3-J)}{\sigma(2-J)} = g^2$ וזה אכן מס הסילונים שנצפה בניסויים.

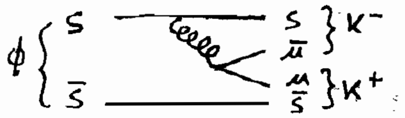


חוק Zweig \ OZI -

כדי להסביר את חוק OZI נשתמש בדוגמה. מסתכל על $\phi(1020)$ - יש שלוש התפרקויות:

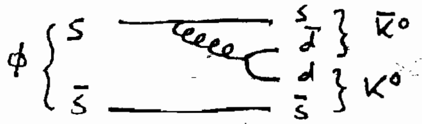
$$\phi(1020) \longrightarrow K^+K^- \quad \Big\} \; 84\%$$
$$\longrightarrow K^0\bar{K}^0$$
$$\longrightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \quad \} \; 15\%$$

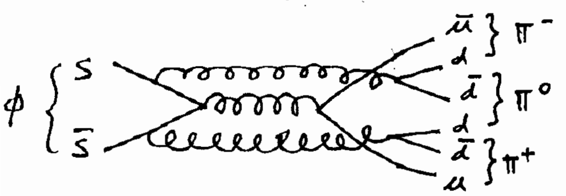
כל האינטראקציות פה חזקות. נבדוק מדוע התפרקות הפיונים בסבירות בה נמוכה יחסית לקאונים:

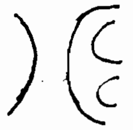


בתהליכים של הקאונים יש חיבורים ישירים בין מקור ההתפרקות לתוצרים: 

ועצמת האינטראקציה היא מסדר g^2.





בהתפרקות של הפיונים אין חיבורים ישירים, אלא דרך גלואונים. סכימטית: 

וחוזק האינטראקציה הוא מסדר g^6, ולכן פחות סבירה.

<u>חוק OZI: אם החלקיק והתוצרים מחוברים בקווים ישרים של קווארקים, אזי אותו תהליך סביר יותר מתהליכים בהם אין חיבור ישיר.</u>

נציין שחישובי ההתאמות תקפים באנרגיות גבוהות, שם QCD תקיפה.

פיזורים

כיוון שרובם המוחלט של נסויי הפיזור מתבצע באנרגיות גבוהות, החלקיקים נעים קרוב למהירות האור וצריך להשתמש בדינמיקה יחסותית. נעבור על כמה עקרונות בסיסיים:

1. האנרגיה של חלקיק מורכבת מהתנע שלו ומאסת המנוחה שלו: $E=\sqrt{(pc)^2+(mc^2)^2}$

במערכת המנוחה של החלקיק הוא לא נע, ולכן: $E_{rest}=mc^2$

2. ה-4-תנע מורכב מרכיב אנרגיה (רכיב הזמן) ורכיב של 3-תנע: $P=(\frac{E}{c},\bar{p})$

האינווריאנט של ה-4-תנע: $P_1P_2=\frac{E_1E_2}{c^2}-\bar{p}_1\cdot\bar{p}_2$

זה אומר ש- P_1P_2 שומר על ערכו בכל מערכת ייחוס.

בניסויי פיזור משתמשים בשתי מערכות ייחוס: מערכת המעבדה (LS) ומערכת מרכז-המסה של החלקיק הפוגע והחלקיק המטרה (CMS). נגדיר את החלקיק הפוגע a ואת המטרה b.

אזי, במערכת המעבדה: 1 $P_a^{LS} = (E_a/c, \bar{p}_a)$; $P_b^{LS} = (m_b c, \bar{0})$

במערכת מרכז-המסה: 2 $P_a^{CM} = (E_a/c, \bar{p}_a)$; $P_b^{CM} = (E_b/c, \bar{p}_b)$

כאשר מתקיים: $\bar{p}_a + \bar{p}_b = 0$

נניח שתנועת החלקיקים היא במימד אחד ונעבור ל-4-וקטורים מלאים:

במערכת המעבדה: 3 $P_a = (E_L/c, 0, 0, p_L)$, $P_T = (m_T c, 0, 0, 0)$

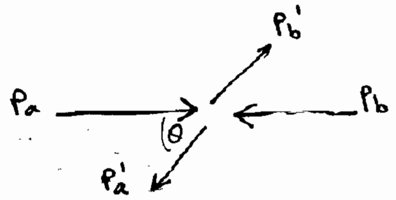
כאשר T - target ; L - lab ; B - beam : $E_L^2 = (p_L c)^2 + (m_B c^2)^2$

במערכת מרכז-המסה: 4 $P_a = (E_a/c, 0, 0, p)$, $P_b = (E_b/c, 0, 0, -p)$

משתני Mandelstam

נגדיר שלושה משתנים חדשים שנוחים לפיזורים:

1 $$\boxed{s \equiv \frac{(P_a + P_b)^2}{c^2} = \left[(E_a + E_b)^2 - (\bar{p}_a c + \bar{p}_b c)^2\right]/c^4}$$



במערכת המעבדה: $s_{LS} = m_T^2 + m_B^2 + 2m_T E_L/c^2$

ובמערכת מרכז-המסה מקבלים: $s_{CM} = E_{CM}^2$

$$\Rightarrow E_{CM} = \sqrt{m_T^2 + m_B^2 + 2m_T E_L/c^2}$$

מכאן מקבלים עיקרון חשוב: בניסויים בהם קרן חלקיקים פוגעת במטרה נייחת, האנרגיה ליצירת חלקיקים היא $E_{cm} \sim \sqrt{E_L}$. בניסויים בהם שתי קרניים מתנגשות האנרגיה תהיה $E_{cm} = 2E_L$ ולכן ניסויים אלו יעילים יותר.

2 $$\boxed{t \equiv (P_b - P_b')^2/c^2}$$

נסתכל על המשמעות של t במערכת המעבדה ונניח $c=1$ (יחידות טבעיות):

$$t = (P_b - P_b')^2 = P_b^2 - 2P_b \cdot P_b' + P_b'^2 = m_b^2 + m_b'^2 - 2P_b \cdot P_b' = [\text{מע' CM}]$$

$$= m_b^2 + m_b'^2 - 2(E_b E_b' - \bar{p}_b \cdot \bar{p}_b') = m_b^2 + m_b'^2 - 2(E_b E_b' - |\bar{p}_b| \cdot |\bar{p}_b'| \cos\theta)$$

θ היא זווית הפיזור. אם כל שאר המשתנים ידועים, t נותן את θ.

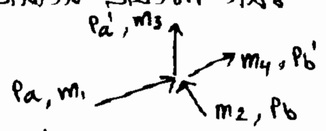
במקרה האולטרה-רלטיביסטי, לעיל, בו המסה זניחה ו- $E \approx pc$ נקבל:

$$\boxed{t_{UR} \simeq -2E_b E_b'(1 - \cos\theta) = -4E_b E_b' \sin^2(\theta/2)}$$

נגדיר משתנה אחרון: 3 $$\boxed{u \equiv (P_b - P_a')^2/c^2}$$

עבור מערכת מרובת חלקיקים יתקיים: 4 $E_{CM}^2 = \left(\sum_{i=1}^{N} P_i\right)^2$

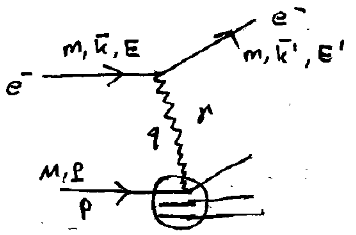
$$s + t + u = \sum_{i=1}^{N} m_i^2$$



עבור פיזור שבו יש ארבעה חלקיקים: $$\boxed{s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2}$$

Deep Inelastic Scattering

ההוכחה החדה ביותר לקיומם של קווארקים מגיעה מפיזורים אי-אלסטיים של אלקטרונים מפרוטון באנרגיות גבוהות מאוד.



החלק החשוב ביותר בפיזור הזה הוא התנע של הפוטון q, היות והתנע הזה מועבר לפרוטון וממנו ייווצרו חלקיקים חדשים כתוצרים של הפיזור.

1 $\boxed{q^2 = (k-k')^2} = (E-E')^2 - (\bar{k}-\bar{k}')^2 =$

$= 2m^2 - 2EE' + 2|\bar{k}|\cdot|\bar{k}'|\cos\theta$

כאשר שהאנרגיות גבוהות: $q^2 \simeq -2EE'(1-\cos\theta) = -4EE'\sin^2(\theta/2) < 0$

לכן לפעמים משתמשים במשתנה דומה: $\boxed{Q^2 \equiv -q^2}$

2 נגדיר משתנה נוסף שנמצא במע' המנוחה של הפרוטון: $\boxed{\nu_L = E-E'}$

ועוד משתנה: $X = -\frac{q^2}{2M\nu}$

ומשתנה נוסף שמתאר את אבדן האנרגיה היחסי של האלקטרון: $\boxed{y = \frac{\nu}{E}}$

3 במערכת מרכז-המסה: $\boxed{\nu_{cm} = \frac{P\cdot q}{M}}$

4 באופן כללי: $\boxed{X = \frac{-q^2}{2M\nu} = \frac{-q^2}{2P\cdot q} \leq 1}$

כאשר $X=1$ עבור פיזור אלסטי ו- $X<1$ עבור פיזור אי-אלסטי.

נזכר שעבור פיזורים רגילים הגדרנו את חתך-הפעולה:

1 עבור פיזור אלסטי: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}\left[W_2(q^2,\nu) + 2W_1(q^2,\nu)\tan^2(\theta/2)\right]$

לא-יחסותי + ספין $\frac{1}{2}$; מטרה נקודתית ; תיקון לבדי-יחסותי / מטרה לא-נקודתית

2 עבור הפיזור האי-אלסטי שלנו נגדיר פונקציות חדשות:

$$\boxed{\begin{aligned} F_1(x,q^2) &\equiv M W_1(q^2,\nu) \\ F_2(x,q^2) &\equiv \nu W_2(q^2,\nu) \\ F_2(x,q^2) &= 2x F_1(x,q^2) \end{aligned}}$$

מכאן נגדיר את חתך הפעולה לי"ח אנרגיה:

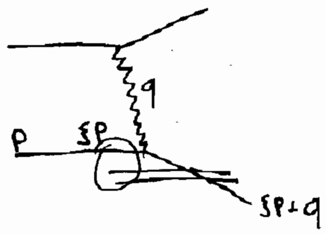
3 $$\boxed{\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4(\theta/2)}\frac{1}{\nu}\left[\cos^2(\theta/2)F_2(x,q^2) + \sin^2(\theta/2)\left(\frac{-q^2}{xM^2}\right)F_1(x,q^2)\right]}$$

מסתבר שבאנרגיות גבוהות $-q^2 \gg M$ מתקיים $F_{1,2}(x,q^2) \longrightarrow F_{1,2}(x)$, כלומר הפונקציות מאבדות את התלות שלהן ב־X. לזה קוראים Bjorken scaling.

בפיזור אלסטי $W_{1,2} \propto \left(\frac{1}{q^2}\right)^4$ ויש דעיכה מאוד מהירה כש-q^2 גדל. לכן, עבור חלקיק נקודתי $W_{1,2}$ הופכים לקבועים. אי-התלות של $F_{1,2}$ ב־X באנרגיות גבוהות מרמז על כך שהקווארקים הם חלקיקים נקודתיים.

DIS ומודל הפרטונים (קוורקים)

נניח שהפרוטון מורכב משלושה קוורקים נקודתיים ושרק אחד מהם נפגע ע"י הפוטון. אם התנע של הפרוטון הוא P, אז התנע של הקוורק הנפגע יהיה ξP לפני הפגיעה ו- $\xi P+q$ אחרי הפגיעה. נסמן את מסת הקוורק ב-m.



נזכור ש-P^2 הוא אינווריאנט ושבמערכת המנוחה $P^2=M^2$ ($c=1$).

באותו אופן עבור הקוורק:

1 $(\xi P+q)^2=m^2$

מכאן מגיעים לקשר:

$$\boxed{\xi = x\left[1-\frac{x^2M^2-m^2}{Q^2}+\dots\right]}$$

באנרגיות גבוהות מאוד $Q^2 \gg x^2M^2, m^2$ ונקבל:

2 $\boxed{\xi = x}$

כלומר, ה-x של האלקטרון קובע את שיעור התנע שלוקח הקוורק הנפגע מהפרוטון.

3 $q_f(\xi)=q_f(x)$: נגדיר עכשיו את ההסתברות שהפרוטון מורכב מסוג מסוים של קוורק:

יחד עם אנטי-קוורקים וגלואונים נכתוב:

$$\boxed{\int_0^1 dx\left[\sum_f\left(q_f(x)+\bar{q}_f(x)\right)+g(x)\right]=1}$$

כאשר אנו סוכמים על הטעמים השונים f.

כמו כן, נגדיר:

$$\boxed{F_2(x)=x\sum_f\left(\frac{e_f}{e}\right)^2\left[q_f(x)+\bar{q}_f(x)\right]}$$

כאשר e_f המטען החשמלי של הטעם f והגלואונים לא מופיעים כי הם ניטרליים.

בעזרת F_2 נוכל למצוא את היחס בין פיזורים על חלקיקים שונים, בתנאי שאנחנו יודעים את הרכב הקוורקים שלהם. נביט על פיזורי e^-p ו- e^-n:

1 $F_2^{ep}=x\left\{\frac{4}{9}\left[u^p(x)+\bar{u}^p(x)\right]+\frac{1}{9}\left[d^p(x)+\bar{d}^p(x)\right]+\frac{1}{9}\left[s^p(x)+\bar{s}^p(x)\right]\right\}$

$F_2^{en}=x\left\{\frac{4}{9}\left[u^n(x)+\bar{u}^n(x)\right]+\frac{1}{9}\left[d^n(x)+\bar{d}^n(x)\right]+\frac{1}{9}\left[s^n(x)+\bar{s}^n(x)\right]\right\}$

כדי להמשיך, נשתמש בסימטריית האיזוספין של הפרוטון והנויטרון: $uud \leftrightarrow udd$

2 $u^p(x)=d^n(x)\ ;\quad d^p(x)=u^n(x)\ ;\quad s^p(x)=s^n(x)$

$\Rightarrow F_2^{en}=x\left\{\frac{4}{9}\left[d^p(x)+\bar{d}^p(x)\right]+\frac{1}{9}\left[u^p(x)+\bar{u}^p(x)+s^p(x)+\bar{s}^p(x)\right]\right\}$

כמו כן, בגלל שאנו מכירים את מבנה הפרוטון: uud :

3 $\int_0^1 dx\left[u^p(x)-\bar{u}^p(x)\right]=2$

$\int_0^1 dx\left[d^p(x)-\bar{d}^p(x)\right]=1$

$\int_0^1 dx\left[s^p(x)-\bar{s}^p(x)\right]=0$

נבדיל בין הקוורקים שקובעים לחלקיק את תכונותיו - קווקי ערכיות q_V - לבין קוורקים אחרים שיכולים להימצא בפרוטון עקב יצירת זוגות, אך לא תורמים לתנע ולתכונות - ים הקוורקים q_S.

4 $s_s(x)=\bar{s}_s(x)=u_s(x)=\bar{u}_s(x)=d_s(x)=\bar{d}_s(x)\equiv S(x)$

בים הקוורקים אין משמעות לטעמים, כי הם לא תורמים לתכונות החלקיק.

אם כך, עבור הפרוטון:

4 $u_v = u - \bar{u} = u - \bar{u}_s$

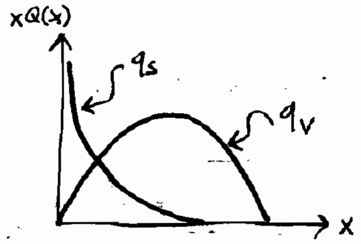
$d_v = d - \bar{d} = d - \bar{d}_s$

$s_v = s - \bar{s} = 0$

$$\Rightarrow F_2^{ep} = x\left\{\frac{4}{9}[u+\bar{u}] + \frac{1}{9}[d+\bar{d}+s+\bar{s}]\right\} = x\left\{\frac{4}{9}[(u_v+\bar{u}_s)+\bar{u}_s] + \frac{1}{9}[(d_v+\bar{d}_s)+\bar{d}_s + s_s + \bar{s}_s]\right\} =$$

$$= x\left\{\frac{4}{9}u_v + \frac{1}{9}d_v + \frac{4}{3}s\right\}$$

$$F_2^{en} = x\left\{\frac{4}{9}d_v + \frac{1}{9}u_v + \frac{4}{3}s\right\}$$



5 $$\frac{F_2^{ep}}{F_2^{en}} = \frac{\frac{4}{9}u_v + \frac{1}{9}d_v + \frac{4}{3}s}{\frac{4}{9}d_v + \frac{1}{9}u_v + \frac{4}{3}s}$$

מסתבר שעבור x גדולים מאד כמעט אין קווארקי ים, ולכן s=0. ב-x קטנים מאד, למעשה רואים, ים הקווארקים שולט ולכן $\frac{F_2^{ep}}{F_2^{en}} \to 1$. ים הקווארקים הוא בעצם תיקונים גבוהים יותר ויותר בתורת ההפרעות – בתנע נמוך (x גדול) קווארקי הערכיות שולטים ואנו רואים חלקיק מוגדר. בתנע גבוה (x קטן) רואים בעיקר את התיקונים – ים הקווארקים.

נשים לב שלאורך כל החישוב השתמשנו בפונקציות הסתברות (u(x), d(x) וכו'). בשביל התכון מלא צריך לדעת מהי ההתפלגות עצמה. כמו כן, צריך שסך-כל התנע מקיים:

$$1 = \int_0^1 x\left[\sum_f (q_f(x) + \bar{q}_f(x)) + g(x)\right]dx$$

מסתבר שהגלואונים נושאים כמחצית מהתנע, ולכן:

$$\boxed{\frac{1}{2} = \int_0^1 x\sum_f (q_f(x) + \bar{q}_f(x))\,dx}$$

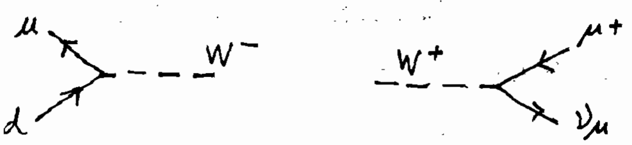
האינטראקציה החלשה

עד עכשיו ראינו אינטראקציות בהן קווארקים פולטים גלואונים ולכן משנים צבע, או פוטונים שמשנים את תנע הקווארקים, או מובילים ליצירת זוגות.

בנוסף לגלואונים ולפוטונים קיימים שני חלקיקים נוספים, בוזונים, אבל עם מסה:

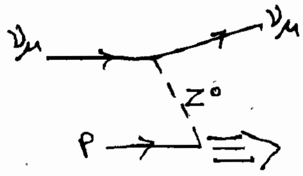
$$\boxed{M_{W^\pm} = 80.6\ \frac{GeV}{c^2},\quad M_{Z^0} = 91.2\ \frac{GeV}{c^2}}$$

$W^\pm$ אחראים על החלפה בין קווארקים טעונים חשמלית ועל יצירה של לפטונים.



$$\boxed{\begin{array}{c} W^- \uparrow \\ W^+ \downarrow \end{array} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}}$$

Z^0 אחראי על מעברים בהם אין שינוי של המטען החשמלי, למשל בפיזור ניטרינים:



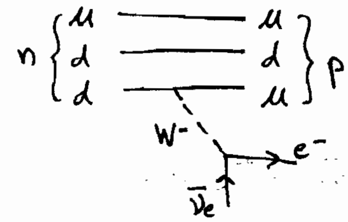
$$\boxed{\begin{array}{c} W^+ \uparrow \\ W^- \downarrow \end{array} \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}}$$

נבדוק כמה תהליכים חלשים:

תהליכים בהם מעורב $W^\pm$ נקראים charged current.

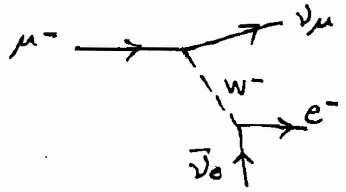
תהליכים בהם מעורב Z^0 נקראים neutral current.

*) $n \longrightarrow p\, e^- \bar{\nu}_e$



*) $\pi^+ \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu$

*) $\mu^- \longrightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$



בהתחלה תיארנו את ה- $W^\pm$ כבוזון שמחליף בין טעמים של קווארקים, לפי החלוקה שלהם לדורות. כלומר, $u \leftrightarrow d$, $s \leftrightarrow c$ ו- $b \leftrightarrow t$.

אבל התגובות בטבע הראו שצריך להתאפשר גם $s \leftrightarrow u$, למשל.

Generation Mixing

כדי לפתור את הבעיה מתארים את הקווארקים d, s, b כקומבינציות ליניאריות אלה של אלה.

נבדוק במקרה המוגבל של שני דורות:

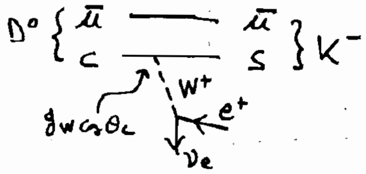
$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

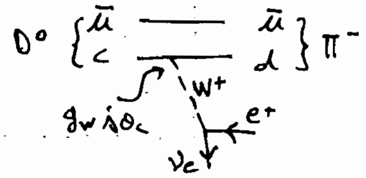
$$\boxed{\begin{aligned} |d'\rangle &= \cos\theta_c |d\rangle + \sin\theta_c |s\rangle \\ |s'\rangle &= -\sin\theta_c |d\rangle + \cos\theta_c |s\rangle \end{aligned}}$$

לאינטראקציה החלשה יש מקדם צימוד g_W. תחת ערבוב דורות, g_W מקבל פקטור נוסף: אם $W^\pm$ פועלים בתוך הדור, אז מקבלים $g_W \cos\theta_c$. בין דורות - $g_W \sin\theta_c$.

θ_c נקראת זווית Cabibbo וערכה הוא $\boxed{\theta_c \simeq 13^\circ}$

מכאן שהאמפליטודה למעבר בין דורות הוא בערך $\sin^2\theta_c = 0.05$, ולכן תהליכים כאלו נדירים יחסית לתהליכים תוך-דוריים עם $\cos^2\theta_c = 0.95$.





כך, למשל, רואים שהפירוק $D^0 \to K^-$ סביר יותר מהפירוק $D^0 \to \pi^-$.

חולשת הכח החלש

הכח החלש והכח הא"מ מאוד דומים ובאנרגיות גבוהות הם מתלכדים.

בגבול שמקדם הצימוד של הכח הא"מ הוא $\alpha = \frac{1}{137}$. מקדם הכח החלש הוא $\alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi\hbar c} \approx \frac{1}{400}$.

אז למה הכח החלש חלש? כיוון שהוא מועבר ע"י חלקיקים כבדים - ה-$W^\pm$ וה-Z^0, לעומת הכח הא"מ שמועבר ע"י הפוטון חסר-המסה. לכן חוזק האינטראקציה האפקטיבי הוא:

$$\boxed{\alpha_{eff} = \alpha_W \left(\frac{\bar{E}}{M_W c^2}\right)^2}$$

כאשר M_W הוא מסת ה-$W^\pm$ (מסת ה-Z^0 קרובה מאוד)

ו-$\bar{E}$ היא האנרגיה הטיפוסית של התהליך אליו מתכוונים. כך, למשל, בתהליך $n \to p e^- \bar{\nu}_e$ נקבל $\alpha_{eff} = \alpha_W \frac{m_p c^2}{M_W c^2}$ וזה ייתן לנו $\alpha_W = 3\times10^{-5}$, וזה קטן.

בגבול גם שהכח החלש, כמו החזק, דועך לפי $\frac{e^{-r/\mu}}{r}$ כאשר $\mu = \frac{\hbar}{M_W c}$ הוא טווח ההשפעה של הכח. עבור הכח החלש מקבלים ב- $\mu = 2.5\times10^{-3}$ fm.

כללי בחירה של אינטראקציות חלשות

1) בפליטת W המטען החשמלי צריך להשתנות $\Delta Q = \pm 1$. המטען החשמלי הכולל של התהליך נשמר.

אם $\Delta Q = \pm 2$ מקבלים בפליטה של שני W והתהליך משמעותית פחות סביר.

2) מוזרות: $\Delta S = 0, \pm 1$. המעברים המותרים הם

$$\boxed{\Delta S = \pm 1,\ \Delta Q = \Delta S}$$

$$\boxed{\Delta Q = \pm 1,\ \Delta S = 0}$$

3) בפליטת Z^0 אין שינוי טעם ולכן $\Delta S = 0$.

*) הכללים האלה לא לגמרי מחייבים - ישנם תהליכים יוצאי דופן.

[*] טבלת חוקי שימור

כח	איזוספין	זוגיות-P	C	מוזרות	מס' בריונים	מס' לפטונים
חזק	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר
חלש	לא	לא	לא	לא	נשמר	נשמר
א"מ	לא	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר

חוקי דיאגרמות

אניהילציה של חלקיקים ואנטי-חלקיקים (כולל לפטונים) ← פליטת פוטון.

אניהילציה של קווארקים ואנטי-קווארקים ← פליטת גלואון. (גם לפטונים)

אניהילציה של קווארקים ואנטי-קווארקים מטעמים שונים ← פליטת W.

* זמנים של אינטראקציות

אינטראקציה	אורך-חיים [ש]
חזקה	$10^{-22} - 10^{-24}$
חלשה	$10^{-16} - 10^{-21}$
אל"מ	$10^{-7} - 10^{-13}$

* גז פרמי - חישוב ה- binding energy של הנוקלאון האחרון

גז פרמי נותן את המשוואה הבאה עבור מס' הנוקלאונים:

1 $$n_F = \frac{4}{9\pi} A \left(\frac{r_0 p_F}{\hbar}\right)^3$$

כאשר היא נכונה גם עבור נייטרונים N וגם עבור פרוטונים Z.

$$\Rightarrow p_F = \left(\frac{9\pi}{4}\frac{n_F}{A}\right)^{1/3}\frac{\hbar}{r_0}$$

2 $$\boxed{E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \left(\frac{9\pi}{4}\frac{n_F}{A}\right)^{2/3}\frac{1}{2mc^2}\left(\frac{\hbar c}{r_0}\right)^2} \qquad \boxed{\frac{\hbar c}{r_0} = \frac{197}{1.2}}$$

כאשר mc^2 הוא מסת הנוקלאון ביחידות של אנרגיה. אם מחפשים את ה-BE של הפרוטון האחרון, אזי: m_pc^2 ; נייטרון אחרון - m_nc^2.

3 $$V_0 = E_F + BE \approx 40\ MeV$$

$$\Rightarrow \boxed{BE \approx 40\ MeV - E_F}$$

כאשר מניחים פה ש-$V_0 \approx 40MeV$ עבור כל הגרעינים, ולא ברור לי למה.

* רזוננס

חלק גדול מהחלקיקים והכמות המערכות בגרעין נמצאו באמצעות רזוננסים - שיאים בגרפים של חתך-פעולה לפיזור כפונקציה של אנרגית החלקיקים בפיזור.

התפלגות האנרגיה של מצב לא-יציב למצב יציב f הינה: $\boxed{N_f(W) \propto \frac{\Gamma_f}{(W-M)^2c^4+\Gamma^2/4}}$

כאשר M הוא המסה של המצב ההתחלתי ו-W הוא המסה האינווריאנטית של התוצרים.

Γ הוא רוחב הרזוננס, וממנו מקבלים את אורך החיים של המצב ההתחלתי: $\boxed{\tau = \frac{\hbar}{\Gamma c^2}}$

עבור חתכי-פעולה, המשוואה היא: $\boxed{\sigma_{fi} \propto \frac{\Gamma_i\Gamma_f}{(E-Mc^2)^2+\Gamma^2/4}}$

כאשר E האנרגיה הכוללת של המערכת; M - החלקיק ברזוננס.

Γ הוא רוחב העקומה במחצית ערכה המקסימלי.

$$\boxed{M(Z,A) = Z(m_p+m_e)+(A-Z)m_n - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A\frac{(Z-A/2)^2}{A} + a_P A^{-3/4}}$$: SEMF

$a_V = 15.56\ \frac{MeV}{c^2}$, $a_S = 17.23\ \frac{MeV}{c^2}$, $a_C = 0.697\ \frac{MeV}{c^2}$, $a_A = 93.14\ \frac{MeV}{c^2}$, $a_P = 12\ \frac{MeV}{c^2}$

$$a_P = \left\{\begin{array}{ll} a_p & \text{Z אי-זוגי, N אי-זוגי} \\ 0 & \text{אחד זוגי, שני אי-זוגי} \\ -a_p & \text{N זוגי, Z זוגי} \end{array}\right\} \times \left\{\begin{array}{l} A^{-1/2} \\ A^{-3/4} \end{array}\right\} \qquad BE = -\Delta c^2 = -\{a_V - a_P\}c^2$$

התפרקויות: $N(t)=N_0e^{-\lambda t}$, $\tau = \frac{1}{\lambda}$, $T_{1/2} = \tau \ln 2$

התפרקות α: $\boxed{M_\alpha c^2 = 3728\ MeV}$, $\boxed{G = 4Z\alpha\sqrt{\frac{2M_\alpha c^2}{E_\alpha}}\left[\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{R}{r_c}}\right)-\sqrt{\frac{R}{r_c}\left(1-\frac{R}{r_c}\right)}\right]}$

סיכוי למנהור: $\boxed{r_c = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E_\alpha}}$, $\boxed{R = 1.21\left(\sum A_i^{1/3}\right) fm}$, $\boxed{\lambda = \frac{v}{2R}e^{-2G}|M|^2}$, $\boxed{T = e^{-G}}$

ל-α יש $J^P=0^+$. המעבר צריך לשמר זוגיות ושווה למעבר עם Δl הכי קטן.

$\boxed{N=N_0e^{-\lambda t}}$ [illegible]

$\boxed{Q_\alpha = (M_i - M_f - M_\alpha)c^2 = E_f + E_\alpha}$

התפרקות β: $\boxed{Z_{min} = \frac{a_A + (m_n - m_p - m_e)}{2(a_A A^{-1} + a_C A^{-1/3})}}$

$$Q_{\beta^-} = [M(A,Z)-M(A,Z+1)]c^2 \ ; \ Q_{\beta^+} = [M(A,Z)-M(A,Z-1)-2m_e]c^2$$

$$Q_{EC} = [M(A,Z)-M(A,Z-1)]c^2 - E_b \ ; \ \frac{dw}{dE_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6}E_e\sqrt{E_e^2-m^2c^4}\,(E-E_e)^2$$

זה בהנחה ש- $m_\nu=0$. עבור $m_\nu \neq 0$ מוסיפים את התיקון: $\sqrt{(E-E_e)^2 - m_\nu^2c^4}$

ובערכם בתג"מ: $G_F = \frac{4\pi(\hbar c)^3\alpha_W}{(M_W c^2)^2} \simeq 90\ eV\cdot fm^3$;$(E-E_e)^2\left[(E-E_e)^2-(m_\nu c^2)^2\right]$

$$\frac{dw}{dT_e} = \frac{G_F^2}{2\pi^3\hbar^7c^6}(T_e+mc^2)\sqrt{(T_e+mc^2)^2-(mc^2)^2}\,(T-T_e)^2 \quad , \ T_e = E_e - m_ec^2$$

התפרקות γ: $\boxed{\text{זוגיות חשמלית} = (-1)^l,\ \text{זוגיות מגנטית} = (-1)^{l+1},\ |j_1-j_2| < l < |j_1+j_2|,\ l=0 \text{ אסור}}$

מגנטי = l זוגי, חשמלי = l אי-זוגי : מחליף זוגיות

קצב התפרקות γ, בתלות ב-l המעבר: $\lambda_{E,M} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2}\frac{1}{\hbar}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2l+1}B_{E,M}(l)$

$$B_E(l) = \frac{e^2}{4\pi}\left(\frac{3}{l+3}\right)^2R_0^{2l}A^{2l/3} \ ; \ B_M(l) = \frac{10}{\pi}\left(\frac{e\hbar}{2m_pc}\right)^2\left(\frac{3}{l+3}\right)^2R_0^{2l-2}A^{(2l-2)/3} \ ; \ R_0 = 1.21\ fm$$

גז פרמי: $p_F = \left(\frac{9\pi}{4}\frac{n_F}{A}\right)^{1/3}\frac{\hbar}{R_0}$; $\boxed{E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \left(\frac{9\pi}{4}\frac{n_F}{A}\right)^{2/3}\frac{1}{2mc^2}\left(\frac{\hbar c}{R_0}\right)^2,\ \frac{\hbar c}{R_0} = \frac{197}{1.2}}$

כך מוצאים את אנרגית הקשר של הנוקלאון האחרון (הכי קשור) בגרעין: $\boxed{V_0 = E_F + BE \simeq 40\ MeV}$

מודל הקליפות: $\boxed{\mu = \mu_N\, j\left(g_l \pm \frac{g_s-g_l}{2l+1}\right)\ \forall\left(j=l\pm\tfrac{1}{2}\right)}$; $\boxed{g_l = 1\ (\pi)\ \text{או}\ 0\ (\nu)}$; $\boxed{g_s = 5.6\ (\pi)\ \text{או}\ -3.8\ (\nu)}$

איזוספין (סימטרית פרוטון - נויטרון): $\boxed{T_3|Z,N,\psi\rangle = \frac{1}{2}(Z-N)|Z,N,\psi\rangle}$

פיזורים: קירוב בורן: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^2|\tilde V(q)|^2$, $\tilde V(q) = \int d^3x\, V(\vec x)e^{i\vec q\cdot\vec x/\hbar}$

מטרה נקודתית: $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R = \left(\frac{ze^2}{4E}\right)^2\frac{1}{\sin^4\theta/2}$ | מטרה לא נקודתית: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R|F(q^2)|^2$

עבור $\rho(r)$ סימטרי ספרית: $F(q^2) = \frac{4\pi\hbar}{Zeq}\int_0^\infty r\rho(r)\sin\left(\frac{qr}{\hbar}\right)dr$, $Ze = 4\pi\int_0^\infty r^2\rho(r)dr$

עבור אלקטרונים יחסותיים: $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_R (1-\beta^2\sin^2\theta/2)\left[W_2(q)+2W_1(q)\tan^2\theta/2\right]$

$F(q^2) \simeq 1 - \frac{q^2}{6\hbar^2}\langle r^2\rangle$, $R_{ch} = \sqrt{\frac{5}{3}\langle r^2\rangle} = [\text{ניסויים}] = 1.21\,A^{1/3} \equiv R_0A^{1/3}\ fm$

$\rho_N = \frac{A}{Z}\left(\frac{\rho}{Ze}\right) = 0.17\ \frac{nucleons}{fm^3} = const$ במודל הטיפה הנוזלית

הפוטנציאל בגרעין: לא תלוי במטען הנוקלאון: $V_{NN} \sim \frac{e^{-kr}}{r}$, $k = \frac{m_\pi c}{\hbar} \simeq \frac{1}{1.4}\ fm^{-1}$

n l j	מצבים	מס' קסם
2 $D_{3/2}$	4	
1 $G_{7/2}$	8	
2 $D_{5/2}$	6	
		50
1 $G_{9/2}$	10	22
2 $P_{1/2}$	2	
1 $F_{5/2}$	6	
2 $P_{3/2}$	4	
		28
1 $F_{7/2}$	8	8
		20
1 $D_{3/2}$	4	12
2 $S_{1/2}$	2	
1 $D_{5/2}$	6	
		8
1 $P_{1/2}$	2	6
1 $P_{3/2}$	4	
		2
1 $S_{1/2}$	2	2

חלקיקים: מזונים וחלקיקי כח = בוזונים
בריונים ולפטונים וקווארקים = פרמיונים

$\begin{pmatrix}u\\d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c\\s\end{pmatrix}\begin{pmatrix}t\\b\end{pmatrix}\ \begin{matrix}Q=4/3\\Q=-1/3\end{matrix}$ $\quad\begin{pmatrix}\nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau\\ e^- & \mu^- & \tau^-\end{pmatrix}\ \begin{matrix}Q=0\\Q=-1\end{matrix}$ $\quad \uparrow W^- \quad \downarrow W^+$

חוקי שימור:

לפטונים	נייטרינים	Lepton	B	S-מוזרות	C	P	איזוספין	כח
אין	אין	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	חזק
יש	יש	נשמר	נשמר	לא	לא	לא	לא	חלש
יש	אין	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	נשמר	לא	א"מ

$S=-N(s)+N(\bar{s})$, $\tilde{C}=N(c)-N(\bar{c})$, $\tilde{B}=-N(b)-N(\bar{b})$, $\boxed{Y=B+S+C+\tilde{B}+T}$, $\boxed{Q=I_3+\frac{Y}{2}}$

איזוספין מותר ל הקווארקים u ו-d בלבד: $I_3^u=+\frac{1}{2}$, $I_3^d=-\frac{1}{2}$.

זוגיות - P: עבור מזונים $P=(-1)^{l+1}$; עבור קווארקים $P(q)=+1$, $P(\bar{q})=-1$; בריונים - טכירלית $P=+1$.

C: לחלקיקים בלי אנטי-חלקיק מוגדר: $C=\pm1$ ($C(\gamma)=-1$); לצורה עם אנטי-חלקיק מוגדר: $C=(-1)^{L+S}$ (ספין).

לקווארקים ספין $\frac{1}{2}$; $B(q)=-B(\bar{q})=\frac{1}{3}$; תלויות צבע:

q	I_3^c	Y^c
r	$1/2$	$1/3$
g	$-1/2$	$1/3$
b	0	$-2/3$

$\bar{q}$	I_3^c	Y^c
$\bar{r}$	$-1/2$	$-1/3$
$\bar{g}$	$1/2$	$-1/3$
$\bar{b}$	0	$2/3$

$q\bar{q},\ qqq,\ \bar{q}\bar{q}\bar{q}$

חלקיק	השתנות הפרמטר	פרמטר צימוד	קוונטום	אורך - ח"מ [s]	אינטראקציה
$m_\gamma=0$	$\alpha(q^2)=\alpha(\mu^2)\left[1-\frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi}\log(q^2/\mu^2)\right]^{-1}$	$\alpha=\frac{e^2}{\hbar c}=\frac{1}{137}$	e	$10^{-7}-10^{-13}$	א"מ
$m_W=80.6\frac{GeV}{c^2}$, $m_Z=91.2\frac{GeV}{c^2}$	$\alpha_{eff}=\alpha_W\left(\frac{\bar{E}}{M_W c^2}\right)^2$ $\bar{E}$-אנרגית החלקיק המתבקר באינטראקציה	$\alpha_W=\frac{g_W^2}{\hbar c\cdot 4\pi}=\frac{1}{400}$	g_W	$10^{-16}-10^{-21}$	חלשה
$m_g=0$	$\alpha_s(q^2)=\alpha_s(\mu^2)\left[1+\frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi}(33-2N_q)\log(q^2/\mu^2)\right]^{-1}$ N_q - מס' הטעמים שמשתתפים בתהליך	$\alpha_s=\frac{g^2}{\hbar c}$	g	$10^{-22}-10^{-24}$	חזקה

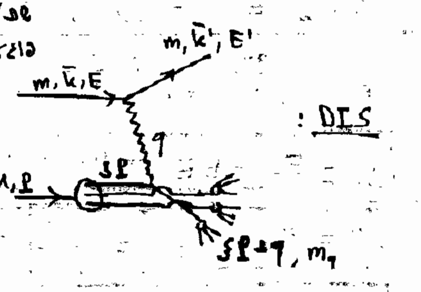
פיזורים: משתני מנדלשטם:

$\boxed{s\equiv(P_a+P_b)^2/c^2=E_{cm}^2}$, $\boxed{t\equiv(P_b-P_b')^2/c^2}$, $\boxed{u\equiv(P_b-P_a')^2/c^2}$

$s+t+u=\sum m_i^2$

$S_{LS}=m_T^2+m_B^2+2m_T E_L/c^2=E_{cm}^2$: מטרה נייחת (קרן פוגעת); $S_{LS}\cong(2E_L)^2=E_{cm}^2$: שתי קרניים פוגעות חזיתית

DIS:



$\boxed{Q^2\equiv-q^2=-t_{UR}=-(k-k')^2=-[(E-E')^2-(\bar{k}-\bar{k}')^2]\simeq+4EE'\sin^2(\theta/2)}$

$\nu_L=E-E'$, $\nu_{cm}=\frac{P\cdot q}{M}$, $y=\frac{\nu_L}{E}$, $\boxed{x=\frac{-q^2}{2M\nu}=\frac{-q^2}{2P\cdot q}\leq1}$

$P^2=M^2$, $(\xi P+q)^2=m_q^2$, $\xi=x\left[1-\frac{x^2M^2-m_q^2}{Q^2}+\dots\right]$

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE}=\frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4(\theta/2)}\frac{1}{\nu}\left[\cos^2(\theta/2)F_2(x,q^2)+\sin^2(\theta/2)\left(\frac{-q^2}{xM^2}\right)F_1(x,q^2)\right]$$

$F_1(x,q^2)\equiv MW_1(q^2,\nu)$, $F_2(x,q^2)\equiv\nu W_2(q^2,\nu)$, $F_2(x,q^2)=2xF_1(x,q^2)$

$F_2(x)=x\sum_f\left(\frac{e_f}{e}\right)^2[q_f(x)+\bar{q}_f(x)]$, $\int_0^1 dx\left[\sum_f(q_f(x)+\bar{q}_f(x))+g(x)\right]=1$, $\boxed{\int_0^1 dx\left[\sum_f(q_f(x)+\bar{q}_f(x))\right]=\frac{1}{2}}$

$\boxed{\int_0^1 dx\,[q_f(x)-\bar{q}_f(x)]=\text{מס' הקווארקים מטעם } f \text{ בחלקיק}}$

$|d'\rangle=\cos\theta_c|d\rangle+\sin\theta_c|s\rangle$, $|s'\rangle=-\sin\theta_c|d\rangle+\cos\theta_c|s\rangle$, $\boxed{\theta_c\simeq13^\circ}$; חלק הקוד $g_W\cos\theta_c$, בין קורות $g_W\sin\theta_c$

$P_{e\mu}(t)=\sin^2(2\alpha)\sin^2\left[\frac{(E_2-E_1)t}{\hbar}\right]$, $t\simeq\frac{L}{c}$, $E\simeq pc\approx p+\frac{m_i^2c^3}{2p}$, $\boxed{P_{e\mu}(t)=\sin^2(2\alpha)\sin^2\left[\frac{\Delta(m_ic^2)^2L}{4\hbar cE}\right]}$

כללי בחירה בדעיכה חלשה: $\Delta Q=\Delta S$, $\Delta S=\pm1$; $\Delta Q=\pm1$, $\Delta S=0$; Z° - $\Delta Q=0$, $\Delta S=0$

רזוננס: $N_f(W)\propto\frac{\Gamma_f}{(W-M)^2c^4+\Gamma^2/4}$ (ערוץ f), $\tau=\frac{\hbar}{\Gamma}$, $\sigma_{fi}\propto\frac{\Gamma_i\Gamma_f}{(E-Mc^2)^2+\Gamma^2/4}$ (אנרגיה כוללת של המערכת), $\Gamma=\sum_f\Gamma_f$